

■ Enoncés des exercices "a3-Dérivées II (renforcé): problèmes d'extremums

<http://www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/a3/a3-extremums.php>

a3 - Dérivées II (renforcé): problèmes d'extremums

■ Corrigé de l'exercice 1

Constantes: $c = 0.5 \text{ m}$; $L = 3 \text{ m}$

Variables: x = ouverture du V (écartement des deux planches); h = hauteur

Expression dont on cherche l'extremum: $V = \frac{1}{2} x h L$

Relation entre les variables (Pythagore): $c^2 = h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$

Fonction: $V(x) = \frac{L}{4} x \sqrt{4c^2 - x^2} = \frac{L}{4} \sqrt{4c^2 x^2 - x^4}$

Ensemble de définition $D_V =]0; 2c[$

Dérivée:

$$V'(x) = \frac{L}{4} = \frac{L}{4} \frac{1}{2} (4c^2 x^2 - x^4)^{-\frac{1}{2}} (8c^2 x - 4x^3) = \frac{Lx(2c^2 - x^2)}{2\sqrt{4c^2 x^2 - x^4}} = \frac{L(2c^2 - x^2)}{2\sqrt{4c^2 - x^2}}$$

Maximum de $V(x)$ pour $x = c\sqrt{2}$

Forme: l'angle entre les deux planches est droit.

■ **Corrigé de l'exercice 2**

Constantes: R de la boule

Variables: r, h du cône circonscrit

Expression dont on cherche l'extremum: $V = \frac{\pi}{3} r^2 h$

Relation entre les variables: triangles semblables ou sinus du demi-angle au sommet

$$\frac{R}{h - R} = \frac{r}{\sqrt{h^2 + r^2}}$$

$$R \sqrt{h^2 + r^2} = (h - R) r$$

$$R^2 h^2 + R^2 r^2 = h^2 r^2 - 2 h R r^2 + R^2 r^2$$

$$R^2 h^2 = h^2 r^2 - 2 h R r^2$$

$$R^2 h = h r^2 - 2 R r^2$$

$$r^2 = \frac{R^2 h}{h - 2 R}$$

$$V = \frac{\pi}{3} r^2 h = \frac{\pi}{3} \frac{R^2 h}{h - 2 R} h = \frac{\pi R^2}{3} \frac{h^2}{h - 2 R}$$

Ensemble de définition $D_V =]2 R; \infty[$

Dérivée:

$$V'(h) = \frac{\pi R^2}{3} \frac{2 h (h - 2 R) - h^2}{(h - 2 R)^2} = \frac{\pi R^2}{3} \frac{h (h - 4 R)}{(h - 2 R)^2}$$

Minimum de $V(h)$ pour $h = 4 R$

■ **Lien vers la page mère: "Exercices corrigés"**

<http://www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/>