

Géométrie analytique dans l'espace

Exercices avec corrigés au moyen d'un calculateur pour la géométrie analytique

Liens hypertextes

vers des supports de cours de mathématiques :

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/cours/index.html>

vers des exercices corrigés :

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/ex-corriges/index.html>

vers le calculateur pour la géométrie analytique de l'espace :

<https://www.deleze.name/marcel/sec2/GA/3D/ga3d.html>

1. Espace euclidien de dimension 3

1.1 Vecteurs, bases et repères

- Placez dans un repère orthonormé les points suivants : $A(1, 1, 0)$, $B(0, 1, 2)$, $C(2, 2, 3)$, $D(-1, -2, -4)$.
[Sans corrigé]
- On donne les points $A(4, 3, 5)$, $B(-3, 2, 1)$, $C(2, -3, 0)$ et $D(0, 0, -3)$. Trouvez les coordonnées de leurs projections orthogonales
 - sur le plan Oxy
 - sur le plan Oxz
 - sur le plan Oyz
 - sur l'axe des abscisses
 - sur l'axe des ordonnées
 - sur l'axe des cotes

[Calculs 1.1-2](#) [Corrigé PDF 1.1-2](#)
- Trouvez le centre C et le rayon r d'une sphère passant par le point $P(4, -1, -1)$ et tangente aux trois plans de coordonnées.
[Calculs 1.1-3](#) [Corrigé PDF 1.1-3](#)
- Le centre de gravité d'une tige homogène se trouve au point $C(1, -1, 5)$ et l'une de ses extrémités au point $A(-2, -1, 7)$. Déterminez les coordonnées de la seconde extrémité.
[Calculs 1.1-4](#) [Corrigé PDF 1.1-4](#)
- On donne deux sommets $A(2, -3, -5)$ et $B(-1, 3, 2)$ d'un parallélogramme $ABCD$ et l'intersection $E(4, -1, 7)$ de ses diagonales. Déterminez les deux autres sommets.
[Calculs 1.1-5](#) [Corrigé PDF 1.1-5](#)
- On donne les points $A(-1, 5, -10)$, $B(5, -7, 8)$, $C(2, 2, -7)$ et $D(5, -4, 2)$. Vérifiez que les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont colinéaires ; dites celui qui est le plus long, de combien de fois, et s'ils ont le même sens ou des sens opposés.
[Calculs 1.1-6](#) [Corrigé PDF 1.1-6](#)

7. Déterminez les courbes données par les systèmes d'équations suivants :

a) $x = 0$ et $y = 0$

b) $x = 0$ et $z = 0$

c) $y = 0$ et $z = 0$

d) $x-2 = 0$ et $y = 0$

e) $x+2 = 0$ et $y-3 = 0$

f) $y+2 = 0$ et $z-5 = 0$

[Calculs 1.1-7](#)

[Corrigé PDF 1.1-7](#)

1.2 Norme, distance, vecteur unitaire

1. Démontrez que le triangle de sommets A(3, -1, 2), B(0, -4, 2) et C(-3, 2, 1) est isocèle.

[Calculs 1.2-1](#)

[Corrigé PDF 1.2-1](#)

2. Trouvez sur l'axe des abscisses un point distant de 12 du point A(-3, 4, 8).

[Calculs 1.2-2](#)

[Corrigé PDF 1.2-2](#)

3. Soit le triangle de sommets A(2, -1, 4), B(3, 2, -6), C(-5, 0, 2). Calculez la longueur de la médiane menée du sommet A.

[Calculs 1.2-3](#)

[Corrigé PDF 1.2-3](#)

4. Trouvez le vecteur unitaire du vecteur $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

[Calculs 1.2-4](#)

[Corrigé PDF 1.2-4](#)

5. Déterminez les courbes données par les équations suivantes :

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ et $z = 0$

b) $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ et $y = 0$

c) $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ et $x = 0$

d) $x^2 + y^2 + z^2 = 20$ et $z-2 = 0$

[Calculs 1.2-5](#)

[Corrigé PDF 1.2-5](#)

6. Quelles sont les figures géométriques définies par les équations suivantes :

a) $x^2 + z^2 = 25$

b) $y^2 + z^2 = 0$

[Calculs 1.2-6](#)

[Corrigé PDF 1.2-6](#)

1.3 Equations paramétriques de la droite : positions relatives de deux droites

1. Trouvez les équations paramétriques d'une droite d passant par A(2, 3, 5) et

a) de vecteur directeur $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$

b) passant par le point B(1, 5, 7).

[Calculs 1.3-1](#)

[Corrigé PDF 1.3-1](#)

2. Montrer que les systèmes d'équations suivants déterminent la même droite :

a)
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= -1 + t \\ y &= 9 - t \\ c) \quad z &= -1 + \frac{t}{2} \end{aligned}$$

[Calculs 1.3-2](#)[Corrigé PDF 1.3-2](#)

3. On donne deux droites. Indiquez si ces droites sont sécantes, strictement parallèles, confondues ou gauches :

$$\begin{aligned} x &= 1 + 3s \\ a) \quad y &= -2 - 5s \\ z &= 5 + s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= -2 - 6t \\ y &= 3 + 10t \\ z &= 4 - 2t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 2 - 5t \\ b) \quad y &= 3 + 2t \\ z &= 5 - 4t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 2 - 5t \\ y &= 3 - 2t \\ z &= 5 - 4t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 4 + 2t \\ c) \quad y &= 5 - 6t \\ z &= 3 + 3t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 6 + 4t \\ y &= -1 - 12t \\ z &= 5 - 5t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 1 - 2t \\ d) \quad y &= 2t \\ z &= 2 - 4t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= -5 + 3t \\ y &= 6 - 3t \\ z &= 6t \end{aligned}$$

[Calculs 1.3-3](#)[Corrigé PDF 1.3-3](#)

4. Montrez que les droites g et h ci-dessous sont concourantes en un point P et déterminez les équations paramétriques de leurs deux bissectrices :

$$\begin{aligned} x &= 2 + t \\ g: \quad y &= 3 + 3t \\ z &= -1 + 2t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 2 + 2s \\ h: \quad y &= 3 - s \\ z &= -1 - 3s \end{aligned}$$

[Calculs 1.3-4](#)[Corrigé PDF 1.3-4](#)

5. Formez les équations du mouvement d'un point $M(x, y, z)$ qui, occupant initialement la position $N(3, -1, -5)$, se déplace d'un mouvement rectiligne uniforme dans le sens du vecteur

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ à la vitesse } v = 21.$$

[Calculs 1.3-5](#)[Corrigé PDF 1.3-5](#)

6. Formez les équations du mouvement d'un point (x, y, z) qui, se déplaçant d'un mouvement rectiligne uniforme, franchit la distance qui sépare le point $M(-7, 12, 5)$ du point $N(9, -4, -3)$ dans l'intervalle de temps $t_1 = 0, t_2 = 4$.

[Calculs 1.3-6](#)[Corrigé PDF 1.3-6](#)

b) $3x - 2y + 5z = 4,$

$6x - 4y + 10z = 7 ;$

c) $3x - 2y + 5z = 4,$

$-15x + 10y - 25z = -20.$

[Calculs 2.2-3](#)[Corrigé PDF 2.2-3](#)

4. On considère les deux droites
- g
- et
- h
- suivantes :

$$g: \begin{cases} x = 2s \\ y = 1 - s \\ z = 3s \end{cases}$$

$$h: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Soit P un point de g et Q un point de h ; quelle condition les réels s et t doivent-ils vérifier pour que la droite PQ soit parallèle au plan $z = 0$?

[Calculs 2.2-4](#)[Corrigé PDF 2.2-4](#)

5. Dites si le point
- $M(2, -1, 3)$
- et l'origine des coordonnées font partie d'un même dièdre, de deux dièdres adjacents ou de deux dièdres opposés par le sommet, formés par l'intersection des plans suivants :

a)
$$\begin{cases} 2x - y + 3z - 5 = 0 \\ 3x + 2y - z + 3 = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 5y - z + 1 = 0 \\ 2x + 17y + z + 2 = 0 \end{cases}$$

[Calculs 2.2-5](#)[Corrigé PDF 2.2-5](#)

2.3 Intersection d'une droite et d'un plan : intersection de deux plans, équations cartésiennes de la droite

1. On donne une droite
- d
- et un plan
- p
- . La droite
- d
- est-elle disjointe de
- p
- , incluse dans
- p
- ou coupe-t-elle
- p
- ?

a) $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

$p: 2x + y - z = 0$

b) $d: \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$

$p: 3x - 2y + 4z = 0$

c) $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$

$p: 4x + y - 11z = 0$

d) $d: \begin{cases} x = -4 - 5t \\ y = 8 + 6t \\ z = 3 - t \end{cases}$

$p: 2x + 3y - z = 5$

e) $d: \begin{cases} 5x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ 2x - y - z - 1 = 0 \end{cases}$

$p: 4x - 3y + 7z - 7 = 0$

[Calculs 2.3-1](#)[Corrigé PDF 2.3-1](#)

2. Trouvez les équations paramétriques d'une droite
- d
- passant par
- $A(2, 3, 5)$
- et parallèle à l'intersection des plans
- $3x - y + z = 0$
- et
- $x - y + z = 0$
- .

[Calculs 2.3-2](#)[Corrigé PDF 2.3-2](#)

3. Déterminez le point d'intersection des trois plans suivants :

$x + 2y - 3z = 6, \quad 2x + 4y - z = 18, \quad 3x - 2y + z = 2$

[Calculs 2.3-3](#)[Corrigé PDF 2.3-3](#)

4. a) On donne deux droites d et g :

$$d: \begin{cases} 3x + 2y - z = 4 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

$$g: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Donnez, pour chacune d'elles, un système d'équations du type $\frac{x-a}{k} = \frac{y-b}{m} = \frac{z-c}{n}$.

- b) On donne la droite d : $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-3}{2}$. Trouvez des équations paramétriques pour d .

[Calculs 2.3-4](#)

[Corrigé PDF 2.3-4](#)

5. Montrez que les systèmes d'équations suivants déterminent la même droite :

$$\begin{cases} 16x - 2y - 11z = 0 \\ 14x - y - 10z = 3 \end{cases}$$

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-2}{4}$$

[Calculs 2.3-5](#)

[Corrigé PDF 2.3-5](#)

6. On donne deux droites. Dites si ces droites sont sécantes, strictement parallèles, confondues ou gauches :

a) $\frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{6}$

$$\begin{cases} x = 2 + 5u \\ y = 3 + 4u \\ z = 1 + 5u \end{cases}$$

b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + 3y + z = 9 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

c) $\begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 3y + z - 4 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + 2y - 3 = 0 \\ 3y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

d) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - t \end{cases}$

$$\begin{cases} x = -2 + 2s \\ y = 3 - s \\ z = 5 + 3s \end{cases}$$

[Calculs 2.3-6](#)

[Corrigé PDF 2.3-6](#)

2.4 Angle entre deux plans, angle entre un plan et une droite

1. Quel est l'angle entre les plans d'équations $x + 2y - z = 0$ et $2x - 3y + 4z = 8$?

[Calculs 2.4-1](#)

[Corrigé PDF 2.4-1](#)

2. Déterminez l'angle que fait le plan d'équation $3x + 2y - 5z = 0$ avec chacun des axes de coordonnées.

[Calculs 2.4-2](#)

[Corrigé PDF 2.4-2](#)

3. Déterminez l'angle que fait la droite d'équations $x - 1 = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ avec le plan d'équation $3x + 2y - 5z = 0$.

[Calculs 2.4-3](#)

[Corrigé PDF 2.4-3](#)

- 4*. Quelles sont les équations cartésiennes des plans contenant la droite $2x = 2y = z$ et qui forment un angle de 45° avec le plan $x + y - z = 0$?

[Calculs 2.4-4](#)

[Corrigé PDF 2.4-4](#)

2.5 Projection orthogonale d'un point sur un plan Distance d'un point à un plan, plans bissecteurs de deux plans

- On donne le plan $p : 3x - 2y + z = 12$ et le point $A(15, -2, 5)$. Déterminez la projection orthogonale A' de A sur p et la distance de A à A' .
[Calculs 2.5-1](#) [Corrigé PDF 2.5-1](#)
- Calculez la distance du point $P(3, 1, 0)$ à la droite d d'équations
$$\begin{aligned} x &= 2 + 3t \\ y &= -1 + 2t \\ z &= 5 + t \end{aligned}$$
 et les coordonnées du pied F de la perpendiculaire abaissée de P sur d .
[Calculs 2.5-2](#) [Corrigé PDF 2.5-2](#)
- La force définie par le vecteur $\vec{R} = \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ -7 \end{pmatrix}$ est décomposée suivant trois directions perpendiculaires, dont l'une est donnée par le vecteur $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.
[Calculs 2.5-3](#) [Corrigé PDF 2.5-3](#)
- Deux faces d'un cube coïncident avec les plans d'équations $2x - 2y + z - 1 = 0$ et $2x - 2y + z + 5 = 0$. Calculez son volume.
[Calculs 2.5-4](#) [Corrigé PDF 2.5-4](#)
- Trouvez sur l'axe Oz un point équidistant du point $M(1, -2, 0)$ et du plan d'équation $3x - 2y + 6z - 9 = 0$.
[Calculs 2.5-5](#) [Corrigé PDF 2.5-5](#)
- Trouvez sur l'axe Ox un point équidistant des deux plans $12x - 16y + 15z + 1 = 0$, $2x + 2y - z - 1 = 0$.
[Calculs 2.5-6](#) [Corrigé PDF 2.5-6](#)
- Quelles sont les équations des plans bissecteurs des dièdres formés par les plans suivants : $x + 2y - 2z = 1$ et $2x - y + 2z = -1$?
[Calculs 2.5-7](#) [Corrigé PDF 2.5-7](#)
- Formez l'équation du lieu géométrique des points équidistants des plans parallèles suivants : $4x - y - 2z - 3 = 0$ et $4x - y - 2z - 5 = 0$.
[Calculs 2.5-8](#) [Corrigé PDF 2.5-8](#)

3. Produit vectoriel

3.1 Règle de la main droite, produit vectoriel, aire du parallélogramme

- $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ désignant la base usuelle, quelle est l'orientation des bases
 - $(\vec{i}, -\vec{j}, -\vec{k})$
 - $(-2\vec{j}, 3\vec{k}, -\vec{i})$
 - $(\vec{j}, \vec{i}, \vec{k})$
 - $(\vec{i} + \vec{j}, \vec{j}, \vec{k})$
 - $(\vec{i} + \vec{j}, \vec{i} - \vec{j}, \vec{j})$
 - $(-2\vec{i}, 2\vec{j} - \vec{i}, -\vec{k})$
[Calculs 3.1-1](#) [Corrigé PDF 3.1-1](#)
- Les vecteurs \vec{a} et \vec{b} forment un angle $\varphi = \frac{\pi}{6}$. Calculez $\|\vec{a} \times \vec{b}\|$ sachant que $\|\vec{a}\| = 6$ et $\|\vec{b}\| = 5$.
[Calculs 3.1-2](#) [Corrigé PDF 3.1-2](#)

3. On donne $\|\vec{a}\|=10$, $\|\vec{b}\|=2$ et $\vec{a}\cdot\vec{b}=12$. Calculez $\|\vec{a}\times\vec{b}\|$.
[Calculs 3.1-3](#) [Corrigé PDF 3.1-3](#)

4. Démontrez l'identité $(\vec{a}\times\vec{b})^2+(\vec{a}\cdot\vec{b})^2=\vec{a}^2\vec{b}^2$.
[Calculs 3.1-4](#) [Corrigé PDF 3.1-4](#)

3.2 Propriétés du produit vectoriel expression du produit vectoriel dans une base orthonormée directe

1. Les vecteurs \vec{a} et \vec{b} sont perpendiculaires. Sachant que $\|\vec{a}\|=3$, $\|\vec{b}\|=4$, calculez
 a) $\|(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})\|$
 b) $\|(3\vec{a}-\vec{b})\times(\vec{a}-2\vec{b})\|$
 [Sans corrigé]

2. A quelle condition doivent satisfaire les vecteurs \vec{a} et \vec{b} pour que les vecteurs $\vec{a}+\vec{b}$ et $\vec{a}-\vec{b}$ soient colinéaires ?
[Calculs 3.2-2](#) [Corrigé PDF 3.2-2](#)

3. On donne $\vec{a}=\frac{\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}}{3}$, $\vec{b}=\frac{2\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}}{3}$, $\vec{c}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$.
 a) Vérifiez que (\vec{a}, \vec{b}) est une base orthonormée du plan vectoriel engendré par ces deux vecteurs.
 b) Déterminez x, y, z pour que $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ soit une base orthonormée directe de l'espace.
[Calculs 3.2-3](#) [Corrigé PDF 3.2-3](#)

4. Déterminez une base orthonormée directe dont le premier vecteur est colinéaire à \vec{a} et le deuxième appartient au plan vectoriel engendré par $\vec{a}=\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$ et $\vec{b}=\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.
[Calculs 3.2-4](#) [Corrigé PDF 3.2-4](#)

5. Calculez le sinus de l'angle formé par les vecteurs $\vec{a}=\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{b}=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$.
[Calculs 3.2-5](#) [Corrigé PDF 3.2-5](#)

6. On donne les trois points A(1, -2, 3), B(2, 5, 8) et C(-4, 9, 7). Quelle est l'aire du triangle ABC ?
[Calculs 3.2-6](#) [Corrigé PDF 3.2-6](#)

7. Quelle est l'aire du tétraèdre de sommets A(2, -1, 1), B(5, 5, 4), C(3, 2, -1) et D(4, 1, 3) ?
[Calculs 3.2-7](#) [Corrigé PDF 3.2-7](#)

8. On donne les vecteurs $\vec{a}=\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{c}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.
 Calculez $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}$ et $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$.
[Calculs 3.2-8](#) [Corrigé PDF 3.2-8](#)

3.3 Equations paramétriques du plan relations entre les équations paramétriques et l'équation cartésienne

1. Donnez une équation cartésienne, puis des équations paramétriques, pour chacun des plans suivants :
 a) Le plan passe par les points O(0, 0, 0), A(-6, 4, 3) et B(2, 8, 4).
 b) Le plan passe par M(2, 5, 6) et est parallèle au plan précédent.
 c) Le plan passe par M(-1, -4, 1) et a pour vecteur normal $5\vec{i}-2\vec{j}+5\vec{k}$.

- d) Le plan passe par M(3, 1, 1) et est perpendiculaire à la droite BC où B(1, 0, 5) et C(3, -3, 8).
 e) Le plan passe par O et est perpendiculaire à chacun des plans suivants :

$$3x - 2y + 5z = 0 \text{ et } x - y - z = 0.$$

- f) Le plan passe par O et par A(1, 1, 1) et est perpendiculaire au plan $x - y + z = 0$.

- g) Le plan est perpendiculaire au plan $2x - 5y + z = 0$ et contient la droite d'équations

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-6}{4}.$$

- h) Le plan est parallèle à la droite d'équations $2x - y + z - 3 = 0$ et contient la droite $x + 2y - z - 5 = 0$

$$\begin{aligned} x &= 1 + 3t \\ y &= 2t + 3 \\ z &= -t - 2 \end{aligned}$$

[Calculs 3.3-1](#)

[Corrigé PDF 3.3-1](#)

2. a) Vérifiez que les points A(-4, 0, 3), B(-2, 3, 0), C(0, 2, 1) et D(2, 1, 2) sont situés dans un même plan.
 b) On donne les points suivants : A(1, 1, 3), B(3, 1, -1), C(2, 1, 2), D(4, 2, 2) et E(3, 2, 4). Sont-ils coplanaires ? Y en a-t-il quatre qui sont coplanaires ?

[Calculs 3.3-2](#)

[Corrigé PDF 3.3-2](#)

3. On donne les équations paramétriques d'un plan p . Déterminez une équation cartésienne de p .

$$\begin{array}{ll} x = 2 + s - 3t & x = 2 + t + s \\ \text{a) } y = 5 - s + 2t & \text{b) } y = 1 + t - s \\ z = 1 + s - t & z = -2 - 2t + 2s \end{array}$$

[Calculs 3.3-3](#)

[Corrigé PDF 3.3-3](#)

4. On donne deux droites d et g . Montrez qu'elles se coupent en un point P et donnez l'équation cartésienne du plan qu'elles déterminent :

$$\begin{array}{ll} x = 5 + t & x = 5 + 2s \\ \text{a) } d: y = 1 & g: y = 9 + 4s \\ z = -1 - t & z = 7 + 2s \\ \\ \text{b) } d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{4} & g: \begin{cases} 3x - 2y + 7z = -32 \\ x + y + z = 0 \end{cases} \end{array}$$

[Calculs 3.3-4](#)

[Corrigé PDF 3.3-4](#)

5. Démontrez que la courbe donnée par les équations paramétriques $x = t^2 + 6t + 2$, $y = -t^2 + 19t + 2$, $z = -t^2 + 4t + 1$ est une courbe plane.

[Calculs 3.3-5](#)

[Corrigé PDF 3.3-5](#)

6. On donne le tétraèdre de sommets A(2, 3, 1), B(4, 1, -2), C(6, 3, 7) et D(-5, -4, 8). Calculez la longueur de la hauteur issue de D.

[Calculs 3.3-6](#)

[Corrigé PDF 3.3-6](#)

7. Déterminez la direction de la droite intersection des deux plans $3x + 2y - 5z + 4 = 0$ et $4x - 5y + 8z - 6 = 0$.

[Calculs 3.3-7](#)

[Corrigé PDF 3.3-7](#)

- 8*. Déterminez la direction des droites de plus grande pente par rapport au plan horizontal dans un plan sous-tendu par les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

[Calculs 3.3-8](#)[Corrigé PDF 3.3-8](#)

9. On donne les équations de deux plans. Déterminez si ces plans sont sécants, strictement parallèles ou confondus.

a) $x = 4 + 2s + 5t$
 $y = 2 + 3s$
 $z = -3t$ $3x - 2y + 5z = 4$

b) $x = 2 + s - t$
 $y = 1 + 3s - 2t$
 $z = -s + t$ $3x - 2y + 5z = 4$

c) $x = 1 + 3s - 2t$
 $y = 2 - s + t$
 $z = 3 + s - t$ $x = 2 + u + 5v$
 $y = 2 - 2v$
 $z = 2 + 2v$

d) $x = 1 + 3s - 2t$
 $y = 2 - s + t$
 $z = 3 + s - t$ $x = 1 + 6u - 2v$
 $y = 2 - 2u + 2v$
 $z = 3 + 2u - v$

[Calculs 3.3-9](#)[Corrigé PDF 3.3-9](#)

10. Quelle est la position de la droite $\begin{cases} x + y - 3z = 0 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$ par rapport au plan $\begin{cases} x = 5 - s + 2t \\ y = 10 + s - 3t \\ z = 5 + s - t \end{cases}$?

[Calculs 3.3-10](#)[Corrigé PDF 3.3-10](#)

11. Déterminez le point d'intersection des trois plans

$$\begin{cases} x = 6 + 3t - 2s \\ y = 6 + t - s \\ z = 2 + 2t - s \end{cases} \quad \begin{cases} x = 7 + 3t - s \\ y = 6 - t + s \\ z = t - 2s \end{cases}$$

$$x + 3y - z = 22$$

[Calculs 3.3-11](#)[Corrigé PDF 3.3-11](#)

12. Déterminez le point d'intersection de la droite d et du plan p :

$$d: \begin{cases} x=4+3t \\ y=3+t \\ z=4-t \end{cases}$$

$$p: \begin{cases} x=3+3u-v \\ y=-2-5u+v \\ z=7+3u-v \end{cases}$$

[Calculs 3.3-12](#)

[Corrigé PDF 3.3-12](#)

13. Quel est l'angle entre les deux plans suivants :

$$\begin{cases} x=1-2s+t \\ y=1+s-2t \\ z=1-s+3t \end{cases}$$

$$x-y+2z=3$$

[Calculs 3.3-13](#)

[Corrigé PDF 3.3-13](#)

3.4 Distance d'un point à une droite (Distance entre deux droites gauches)*

1. On donne un point A et une droite d . Calculez la distance de A à d dans les cas suivants :

a) $A(1, 2, 3)$

$$d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+3}{3} = z-6$$

b) $A(-5, 4, -2)$

$$d: \begin{cases} x=3-2s \\ y=2+3s \\ z=-1+s \end{cases}$$

c) $A(3, 1, 0)$

$$d: \begin{cases} x=2+3t \\ y=-1+2t \\ z=5+t \end{cases}$$

[Calculs 3.4-1](#)

[Corrigé PDF 3.4-1](#)

2. On donne deux droites g et h . Montrez qu'elles sont gauches, puis déterminez la plus courte distance entre ces droites, et les points où la perpendiculaire commune à ces deux droites rencontre chacune d'elles.

a) $g: \begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=2+t \end{cases}$

$$h: \begin{cases} x=2+s \\ y=1+2s \\ z=2+s \end{cases}$$

b) g passe par $A(2, 1, 3)$ et $B(1, 2, 1)$

h passe par $C(-1, -2, -2)$ et $D(1, -4, 0)$

[Calculs 3.4-2](#)

[Corrigé PDF 3.4-2](#)

4. Sphères

4.1 Equation de la sphère

1. Déterminez l'équation de la sphère Σ dans chacun des cas suivants :

a) Σ est de centre $\Omega(-2, 0, 1)$ et de rayon 3.

b) Σ est de diamètre AB , $A(1, -1, 2)$, $B(0, 2, -2)$.

c) Σ passe par $(0, 0, 0)$, $(2, 1, 0)$, $(0, 3, 5)$ et $(4, 0, 4)$.

d) Σ passe par $(0, 0, 0)$ et son centre est $\Omega(-8, 6, 2)$.

e) Σ passe par $(2, 3, 5)$, $(1, 1, 2)$ et $(3, -2, 4)$ et son centre Ω appartient au plan $x+y+z=10$.

[Calculs 4.1-1](#)

[Corrigé PDF 4.1-1](#)

2. Le point $A(2, -1, 3)$ se trouve-t-il à l'intérieur, à l'extérieur ou sur les sphères suivantes :
- a) $(x + 14)^2 + (y - 11)^2 + (z + 12)^2 = 625$?
 b) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 8z + 22 = 0$?
 c) $x^2 + y^2 + z^2 - x + 3y - 2z - 3 = 0$?

[Calculs 4.1-2](#)[Corrigé PDF 4.1-2](#)

3. Calculez la plus courte distance du point A à la sphère donnée, dans chacun des cas suivants :

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ $A(-2, 6, -3)$

b) $x^2 + y^2 + z^2 + 14x - 16y - 24z + 241 = 0$ $A(9, -4, -3)$

c) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 10z - 62 = 0$ $A(1, -1, 3)$

[Calculs 4.1-3](#)[Corrigé PDF 4.1-3](#)

4.2 Positions relatives de deux sphères, d'une sphère et d'un plan, d'une sphère et d'une droite

1. Déterminez l'équation de la sphère Σ tangente au plan $x + y + z = 6$ et de centre $\Omega(3, 4, 5)$.

[Calculs 4.2-1](#)[Corrigé PDF 4.2-1](#)

2. Calculez les points d'intersection de la droite $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ et de la sphère

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y + z - 3 = 0.$$

[Calculs 4.2-2](#)[Corrigé PDF 4.2-2](#)

3. Déterminez la position de la droite d par rapport à la sphère Σ dans les cas suivants :

$$x = -2t + 2$$

a) $d: \begin{cases} y = 3t - \frac{7}{2} \\ z = t - 2 \end{cases}$

$$\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 + x - 4y - 3z + \frac{1}{2} = 0$$

b) $d: \frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$

$$\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z - 67 = 0$$

c) $d: \begin{cases} 2x - y + 2z - 12 = 0 \\ 2x - 4y - z + 6 = 0 \end{cases}$

$$\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z - 43 = 0$$

[Calculs 4.2-3](#)[Corrigé PDF 4.2-3](#)

4. Déterminez la position du plan par rapport à la sphère

a) $z = 3$ $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 10z + 22 = 0$

b) $y = 1$ $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 6z + 14 = 0$

c) $x = 5$ $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 4 = 0$

[Calculs 4.2-4](#)[Corrigé PDF 4.2-4](#)

5. Formez l'équation du plan qui passe par l'intersection des deux sphères

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - x + 3y - 2z + 1 = 0, \\ 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 3x - 2y + z - 5 = 0 \end{cases}$$

[Calculs 4.2-5](#)[Corrigé PDF 4.2-5](#)

6. Démontrez que le plan $2x - 6y + 3z - 49 = 0$ est tangent à la sphère $x^2 + y^2 + z^2 = 49$.
[Calculs 4.2-6](#) [Corrigé PDF 4.2-6](#)
7. Pour quelles valeurs de a le plan $x + y + z = a$ est-il tangent à la sphère $x^2 + y^2 + z^2 = 12$?
[Calculs 4.2-7](#) [Corrigé PDF 4.2-7](#)

4.3 Plans tangents à une sphère, droites tangentes à une sphère

1. Formez l'équation du plan tangent à la sphère $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ au point $M(6, -3, -2)$.
[Calculs 4.3-1](#) [Corrigé PDF 4.3-1](#)
2. Formez les équations des plans tangents à la sphère $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ qui sont parallèles au plan $x + 2y - 2z + 15 = 0$.
[Calculs 4.3-2](#) [Corrigé PDF 4.3-2](#)
3. Démontrez que, par la droite $\begin{cases} x = 4t + 4 \\ y = 3t + 1 \\ z = t + 1 \end{cases}$, on ne peut mener qu'un plan tangent à la sphère $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 2z + 8 = 0$ et formez son équation.
[Calculs 4.3-3](#) [Corrigé PDF 4.3-3](#)
4. Démontrez que, par la droite $\begin{cases} 8x - 11y + 8z - 30 = 0 \\ x - y - 2z = 0 \end{cases}$, on peut mener deux plans tangents à la sphère $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 4z - 15 = 0$ et formez leurs équations.
[Calculs 4.3-4](#) [Corrigé PDF 4.3-4](#)
5. On donne la sphère Σ d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$.
 Déterminez le cube circonscrit à Σ sachant que l'une des faces de ce cube est parallèle au plan passant par $O(0, 0, 0)$, $A(1, 2, -2)$, $B(2, 1, 2)$ et qu'une autre face est parallèle à la droite d'équation $\frac{x-3}{-4} = y-2 = \frac{z-7}{-1}$.
 Donnez les équations des faces et les coordonnées des points de contact.
[Calculs 4.3-5](#) [Corrigé PDF 4.3-5](#)

4.4 Cercle comme intersection d'un plan et d'une sphère

1. Formez l'équation de la sphère de centre $\Omega(2, 3, -1)$ qui découpe sur la droite $\begin{cases} 5x - 4y + 3z + 20 = 0 \\ 3x - 4y + z - 8 = 0 \end{cases}$ une corde de longueur 16.
[Calculs 4.4-1](#) [Corrigé PDF 4.4-1](#)
2. Déterminez le centre et le rayon r du cercle $\begin{cases} (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100 \\ 2x - 2y - z + 9 = 0 \end{cases}$.
[Calculs 4.4-2](#) [Corrigé PDF 4.4-2](#)
3. Les points $A(3, -2, 5)$ et $B(-1, 6, -3)$ sont les extrémités d'un diamètre du cercle qui passe par le point $C(1, -4, 1)$. Formez les équations de ce cercle.
[Calculs 4.4-3](#) [Corrigé PDF 4.4-3](#)
4. Formez l'équation de la sphère qui passe par l'origine des coordonnées et le cercle $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ 2x - 3y + 5z - 5 = 0 \end{cases}$.
[Calculs 4.4-4](#) [Corrigé PDF 4.4-4](#)

5. Produit mixte ou déterminant

5.1 Produit mixte, volume du parallélépipède

1. Le vecteur \vec{c} est perpendiculaire aux vecteurs \vec{a} et \vec{b} qui forment un angle de 30° . Calculer $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ si $\|\vec{a}\|=6$, $\|\vec{b}\|=3$, $\|\vec{c}\|=3$.

[Calculs 5.1-1](#)

[Corrigé PDF 5.1-1](#)

2. Quel est le volume du tétraèdre OABC où O(0, 0, 0), A(8, 3, 2), B(1, 2, 3), C(2, 1, 1) ?

[Calculs 5.1-2](#)

[Corrigé PDF 5.1-2](#)

3. Un tétraèdre a pour volume 1. Ses trois premiers sommets sont A(3, 4, 5), B(1, 2, 1) et C(-1, 6, 2). Quel est le quatrième sommet sachant que celui-ci appartient à la droite

$$\begin{aligned}x &= 2 + t \\y &= 1 - t \quad ? \\z &= 1 + 2t\end{aligned}$$

[Calculs 5.1-3](#)

[Corrigé PDF 5.1-3](#)

5.2 Déterminant, indépendance linéaire

1. Calculez les déterminants suivants :

a) $\det \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{pmatrix}$

b) $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}$

[Calculs 5.2-1](#)

[Corrigé PDF 5.2-1](#)

2. Résolvez l'équation $\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0$.

[Calculs 5.2-2](#)

[Corrigé PDF 5.2-2](#)

3. Dites si les vecteurs \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} sont linéairement dépendants :

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ -11 \end{pmatrix}$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 7 \end{pmatrix}$

[Calculs 5.2-3](#)

[Corrigé PDF 5.2-3](#)

4. Démontrez que les quatre points A(1, 2, -1), B(0, 1, 5), C(-1, 2, 1) D(2, 1, 3) se trouvent dans un même plan.

[Calculs 5.2-4](#)

[Corrigé PDF 5.2-4](#)

5.3 Propriétés du déterminant, orientation d'une base

1. Démontrez l'identité $\det(\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}) = 2 \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

[Sans corrigé]

2. Démontrez l'identité $\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} + r\vec{a} + s\vec{b}) = \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

[Sans corrigé]

3. La base définie par $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ est-elle directe ?

[Calculs 5.3-3](#)

[Corrigé PDF 5.3-3](#)

6. Problèmes de synthèse

1. Déterminez les équations paramétriques de la droite d qui passe par le point $A(4, -7, 5)$ et qui rencontre chacune des droites g et h :

$$g: \begin{cases} x = 2 + s \\ y = 1 + 2s \\ z = 1 - s \end{cases}$$

$$h: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 3 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

[Calculs 6-1](#)

[Corrigé PDF 6-1](#)

2. On donne les sommets $A(1, -1, 2)$, $B(5, -6, 2)$ et $C(1, 3, -1)$ d'un triangle. Calculez la longueur de la hauteur abaissée du sommet B sur le côté AC .

[Calculs 6-2](#)

[Corrigé PDF 6-2](#)

3. Par les points d'intersection de la droite $\begin{cases} x = 3t - 5 \\ y = 5t - 11 \\ z = -4t + 9 \end{cases}$ et de la sphère

$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 5)^2 = 49, \text{ on mène les plans tangents à cette sphère.}$$

Formez leurs équations.

[Calculs 6-3](#)

[Corrigé PDF 6-3](#)

4. Soit $P(3, -2, 1)$, $Q(2, 5, 1)$. Un rayon lumineux issu de P rencontre le miroir plan d'équation $x + y = 0$. Ce rayon est réfléchi et passe par Q . Quel est le point R où le rayon rencontre le miroir ? Quel est l'angle α formé par le rayon et le miroir ?

[Calculs 6-4](#)

[Corrigé PDF 6-4](#)

5. Trouvez sur la sphère $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ un point M aussi proche que possible du plan

$$a) 3x - 4z + 19 = 0, \quad b) 3x - 4z - 19 = 0.$$

[Calculs 6-5](#)

[Corrigé PDF 6-5](#)

- 6*. Trouvez les équations des plans p et q tels que p est perpendiculaire au plan Oxy , q passe par le

$$\text{point } A(2, -3, 1) \text{ et l'intersection de } p \text{ et } q \text{ est la droite d'équations } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}.$$

[Calculs 6-6](#)

[Corrigé PDF 6-6](#)

7. On donne le tétraèdre de volume $V = 5$ et de sommets $A(2, 1, -1)$, $B(3, 0, 1)$, $C(2, -1, 3)$. Calculez les coordonnées du quatrième sommet D si l'on sait qu'il se trouve sur l'axe Oy .

[Calculs 6-7](#)

[Corrigé PDF 6-7](#)

8. Formez les équations de la droite qui passe par le point $M(2, -4, -1)$ et par le milieu du segment

$$\text{de droite } \begin{cases} 3x + 4y + 5z - 26 = 0 \\ 3x - 3y - 2z - 5 = 0 \end{cases}, \text{ compris entre les plans } 5x + 3y - 4z + 11 = 0,$$

$$5x + 3y - 4z - 41 = 0.$$

[Calculs 6-8](#)

[Corrigé PDF 6-8](#)

9. Formez les équations des plans tangents à la sphère $x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2y + 26z - 113 = 0$ qui sont parallèles aux droites $\frac{x+5}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+13}{2}$ et $\frac{x+7}{3} = \frac{y+1}{-2} = z - 8$.

[Calculs 6-9](#)

[Corrigé PDF 6-9](#)

- 10*. On donne trois droites d, f, g . Trouvez un point A de d , un point B de f et un point C de g tels que $\vec{AB} = 2\vec{BC}$. Déterminez les équations paramétriques de la droite AB.

$$d: \begin{cases} x=t \\ y=-2+3t \\ z=1 \end{cases}$$

$$f: \begin{cases} x=-1 \\ y=7+2s \\ z=3-s \end{cases}$$

$$g: \begin{cases} x=r \\ y=4 \\ z=3-2r \end{cases}$$

[Calculs 6-10](#)

[Corrigé PDF 6-10](#)

11. On donne un triangle de sommets A(1, 2, -1), B(2, -1, 3), C(-4, 7, 5). Calculez la longueur de la bissectrice de l'angle intérieur du sommet B.

[Calculs 6-11](#)

[Corrigé PDF 6-11](#)

12. Formez l'équation de la sphère qui passe par les deux cercles $x^2 + z^2 = 25$ et $x^2 + z^2 = 16$ $y=2$ et $y=3$.

[Calculs 6-12](#)

[Corrigé PDF 6-12](#)

13. a) Soient p et p' deux plans qui forment entre eux un angle aigu φ . On considère un rectangle σ contenu dans p et dont un côté est parallèle à la droite d'intersection $p \cap p'$. Notons σ' la projection orthogonale de σ sur p' . Démontrez que $\text{aire}(\sigma') = \text{aire}(\sigma) \cdot \cos(\varphi)$.
- b) Généralisez au cas où σ est une partie quelconque du plan p .
- c) Soient A(3, 2, 5), B(3, 1, 6) et C(5, 2, 6). Déterminez l'aire de la projection orthogonale du triangle ABC sur le plan d'équation $3x - 2y + z = 0$.

[Calculs 6-13](#)

[Corrigé PDF 6-13](#)

14. On donne deux droites d, g

$$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=-5+t \end{cases}$$

$$g: \begin{cases} x=8+s \\ y=4+s \\ z=-3 \end{cases}$$

et un plan $p: 2x - 3y + 2z = 0$.

Quelles sont les droites parallèles à p qui rencontrent d et g et qui déterminent entre d et g un segment de longueur 9 ?

[Calculs 6-14](#)

[Corrigé PDF 6-14](#)

15. On considère la droite d donnée par $x=2+10t$, $y=38+8t$ et $z=-24+t$ et la sphère Σ de centre Z(23, -9, 10), de rayon r tel que $r^2 = 3509$.

Déterminez les équations des plans qui passent par d et sont tangents à Σ .

[Calculs 6-15](#)

[Corrigé PDF 6-15](#)

16. Un point M(x, y, z) se déplace d'un mouvement rectiligne uniforme à partir de la position initiale N(11, -21, 20) à la vitesse $v = 12$ et dans le sens du vecteur $\vec{s} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$. Trouvez le temps qu'il faut pour que le point M franchisse le segment de sa trajectoire compris entre les deux plans parallèles $2x + 3y + 5z - 41 = 0$ et $2x + 3y + 5z + 31 = 0$.

[Calculs 6-16](#)

[Corrigé PDF 6-16](#)

17. Le point C(1, -1, -2) est le centre d'un cercle qui découpe sur la droite $2x - y + 2z - 12 = 0$ et $4x - 7y - z + 6 = 0$ une corde de longueur 8. Formez les équations de ce cercle.

[Calculs 6-17](#)

[Corrigé PDF 6-17](#)

18. On donne les points suivants : A(-6, 1, -5), B(7, -2, -1), C(10, -7, 1) et D(3, -4, 6). Déterminez le point D' symétrique de D par rapport au plan ABC.

[Calculs 6-18](#)

[Corrigé PDF 6-18](#)

19. Une sphère dont le centre Ω est situé sur la droite $2x + 4y - z - 7 = 0$ est tangente aux plans $4x + 5y + z - 14 = 0$ et $x + 2y - 2z - 2 = 0$ et $x + 2y - 2z + 4 = 0$. Formez son équation.

[Calculs 6-19](#)

[Corrigé PDF 6-19](#)

20. On considère les points A(5, 0, 0), B(0, 5, 0), $C(1, 1, \frac{\sqrt{17}}{2})$ et le cercle Γ donné par les

$$\text{équations } \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{25}{4} \\ z = 0 \end{cases} .$$

a) Trouvez l'équation de la sphère Σ qui passe par C et qui contient le cercle Γ .

b) Trouvez les équations des plans tangents à Σ et qui contiennent la droite AB.

[Calculs 6-20](#)

[Corrigé PDF 6-20](#)

21. On donne A(5, 0, 2), B(-1, -2, 2) et C(2, 0, 5).

a) On suppose que le triangle ABC est opaque. Le point P(7, -8, 25) est-il visible depuis l'origine O(0, 0, 0) ?

b) Donnez un système d'équations paramétriques de la hauteur issue de C du triangle ABC.

c) Que vaut l'angle entre les droites CA et CB ?

d) Déterminez le centre des sphères passant par A, B et C et tangentes à la droite $\begin{cases} x = 2 - u \\ y = 0 \\ z = 1 + 2u \end{cases} .$

[Calculs 6-21](#)

[Corrigé PDF 6-21](#)

22. Le cercle directeur d'un cône de révolution est donné par $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = 0 \\ x + y + z - 6 = 0 \end{cases} .$

a) Donnez un système d'équations paramétriques de l'axe du cône.

b) L'angle formé par l'axe et une génératrice du cône est de 45° . Quel est le sommet S du cône dont la troisième coordonnée est la plus petite ? (Il y a en effet deux solutions.)

c) Si $\alpha = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$, quelles sont les génératrices du cône qui forment avec l'axe Oz un angle α ?

d) Déterminez l'équation du plan tangent au cône passant par $A(2 + \sqrt{6}, 2 - \sqrt{6}, 2)$.

[Calculs 6-22](#)

[Corrigé PDF 6-22](#)