

Masse volumique de l'atmosphère en fonction de l'altitude selon le modèle du nivellement barométrique

Marcel Délèze

Pour le gradient de température précédemment décrit, on établit la formule du nivellement barométrique (voir la référence)

www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/pression-altitude/pression-altitude.pdf

$$p(z) = p_0 \left(1 - \frac{a}{T_0} z \right)^{\frac{Mg}{Ra}}$$

En supposant que l'atmosphère se comporte approximativement comme un gaz parfait, calculons sa masse volumique $\rho(z)$

$$pV = nRT$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{n} \frac{p}{RT} = \frac{M}{R} \frac{p}{T}$$

où $M = \frac{m}{n}$ désigne la masse molaire de l'air. Selon le modèle du nivellement barométrique

$$\rho(z) = \frac{M}{R} \frac{p(z)}{T(z)} = \frac{M}{R} \frac{p_0}{T_0 - az} \left(1 - \frac{a}{T_0} z \right)^{\frac{Mg}{Ra}}$$

Numériquement

$$\begin{aligned} \rho(z) &= \frac{28.966 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}}{8.314510 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}} \frac{101325 \text{ Pa}}{(15 + 273.15) \text{ K} - 6.5 \cdot 10^{-3} \text{ K m}^{-1} z} \\ &\quad \left(1 - \frac{6.5 \cdot 10^{-3} \text{ K m}^{-1}}{(15 + 273.15) \text{ K}} z \right)^{\frac{28.966 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1} \cdot 9.805 \text{ m s}^{-2}}{8.314510 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 6.5 \cdot 10^{-3} \text{ K m}^{-1}}} \\ &= 352.995 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{\left(1 - 0.0000225577 \frac{z}{\text{m}} \right)^{5.25516}}{288.15 - 0.0065 \frac{z}{\text{m}}} \end{aligned}$$

Pour une altitude z exprimée en mètres, la fonction suivante donne la masse volumique de l'atmosphère exprimée en kg/m^3

$$\rho(z) = 352.995 \frac{\left(1 - 0.0000225577 z \right)^{5.25516}}{288.15 - 0.0065 z}$$

Table numérique de la masse volumique de l'atmosphère en kg/m^3 , en fonction de l'altitude de -500 m à 11400 m

Exemple de lecture de la table : Quelle est la masse volumique moyenne de l'atmosphère à l'altitude de 1800 m ? La décomposition $1800 = 1500 + 300$ nous amène à l'intersection de la ligne 1500 m et de la colonne 300 m où on lit la masse volumique de $1.027 \text{ kg}/\text{m}^3$.

	0	100	200	300	400
-500	1.285	1.273	1.261	1.249	1.237
0	1.225	1.213	1.202	1.190	1.179
500	1.167	1.156	1.145	1.134	1.123
1000	1.112	1.101	1.090	1.079	1.069
1500	1.058	1.048	1.037	1.027	1.017
2000	1.007	0.996	0.986	0.977	0.967
2500	0.957	0.947	0.938	0.928	0.919
3000	0.909	0.900	0.891	0.881	0.872
3500	0.863	0.854	0.845	0.837	0.828
4000	0.819	0.811	0.802	0.794	0.785
4500	0.777	0.769	0.760	0.752	0.744
5000	0.736	0.728	0.720	0.713	0.705
5500	0.697	0.690	0.682	0.675	0.667
6000	0.660	0.652	0.645	0.638	0.631
6500	0.624	0.617	0.610	0.603	0.596
7000	0.590	0.583	0.576	0.570	0.563
7500	0.557	0.550	0.544	0.538	0.531
8000	0.525	0.519	0.513	0.507	0.501
8500	0.495	0.489	0.484	0.478	0.472
9000	0.466	0.461	0.455	0.450	0.444
9500	0.439	0.434	0.428	0.423	0.418
10000	0.413	0.408	0.403	0.398	0.393
10500	0.388	0.383	0.378	0.373	0.369
11000	0.364	0.359	0.355	0.350	0.346

Les valeurs calculées représentent l'état moyen de l'atmosphère. La latitude et les conditions météorologiques influencent la température et la pression de l'atmosphère, ce qui peut modifier la masse volumique observée. Par exemple, aux conditions normales de pression et de température (1013.25 hPa, 0 °C), la masse volumique de l'air est de 1.293 kg/m³ alors que, dans la table à l'altitude de 0 m, la masse volumique est de 1.225 kg/m³. Pour interpréter cet écart, il faut savoir que, dans le modèle du nivellement barométrique, la température moyenne à l'altitude de 0 m est de 15 °C.

Adaptation aux conditions actuelles et locales

Si vous connaissez la pression p_1 et la température T_1 en un lieu proche d'altitude z_1 , il est possible d'exploiter ces données. En réalisant le calcul avec les conditions initiales $T(z_1) = T_1$, $p(z_1) = p_1$, on obtient les formules adaptées aux conditions du jour

$$T(z) = T_1 - a(z - z_1)$$

$$p(z) = p_1 \left(1 - \frac{a}{T_1}(z - z_1) \right)^{\frac{Mg}{Ra}}$$

$$\rho(z) = \frac{M p(z)}{R T(z)} = \frac{M p_1}{R T_1 - a(z - z_1)} \left(1 - \frac{a}{T_1}(z - z_1) \right)^{\frac{Mg}{Ra}}$$

Ces formules ne tiennent pas compte de l'humidité de l'air. Disons qu'il s'agit de l'humidité qui donne une valeur moyenne de la masse volumique.

Liens hypertextes

- ◉ [Tables numériques de l'atmosphère en fonction de l'altitude](http://www.deleze.name/marcel/physique/TemperaturesEbullition/index.html)
www.deleze.name/marcel/physique/TemperaturesEbullition/index.html
- ◉ [Modèle du nivellement barométrique](http://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/pression-altitude/index.html)
www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/pression-altitude/index.html
- ◉ [Calculateur en ligne de la pression et de la masse volumique en fonction de l'altitude](http://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/pression-altitude/calculateurs/masse-volumique.html)
www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/pression-altitude/calculateurs/masse-volumique.html