

Thème : Statistiques II, § 1, Modèles à plusieurs variables

Lien vers les énoncés des exercices:

https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/csud/statistique_2/1-stat_II.pdf

Corrigé de l'exercice 1.2 - 1

Considérons par exemple des couples dont on mesure les masses respectives. Notons

x_i = masse de l'homme du couple numéro i ,

y_i = masse de la femme du couple numéro i ,

$c_i = (x_i, y_i)$ = masses du couple numéro i .

Etant donné l'échantillon à **deux dimensions** suivant

$c = \{\{75, 61\}, \{68, 65\}, \{85, 62\}, \{72, 78\}\};$

on peut en tirer l'échantillon marginal du poids des hommes

$x = \text{Transpose}[c][[1]]$

↳ transposée

{75, 68, 85, 72}

l'échantillon marginal du poids des femmes

$y = \text{Transpose}[c][[2]]$

↳ transposée

{61, 65, 62, 78}

et le produit des masses des couples (remarquez que pour multiplier deux échantillons, il est nécessaire qu'ils soient de même taille)

xy

{4575, 4420, 5270, 5616}

Comparons la moyenne des produits avec le produit des moyennes

$$m(xy) = \frac{75 * 61 + 68 * 65 + 85 * 62 + 72 * 78}{4} = \frac{19881}{4}$$

$$m(x) m(y) = \left(\frac{75 + 68 + 85 + 72}{4} \right) \left(\frac{61 + 65 + 62 + 78}{4} \right) = \frac{9975}{2}$$

Moyenne des produits et produit des moyennes

En général, la différence (qui est appelée **covariance**) n'est pas nulle

$$\text{cov}(x, y) = m(xy) - m(x) m(y) = \frac{19881}{4} - \frac{9975}{2} = -\frac{69}{4}$$

Variance de la somme et somme des variances

Suite de l'exemple précédent:

$z = x + y$

{136, 133, 147, 150}

La variance de la somme

$$z = x + y = \{136, 133, 147, 150\}$$

$$m(z) = \frac{136 + 133 + 147 + 150}{4} = \frac{283}{2}$$

$$s^2(x + y) = s^2(z) = \frac{\left(136 - \frac{283}{2}\right)^2 + \left(133 - \frac{283}{2}\right)^2 + \left(147 - \frac{283}{2}\right)^2 + \left(150 - \frac{283}{2}\right)^2}{4} = \frac{205}{4}$$

n'est pas égale, en général, à la somme des variances

$$m(x) = 75$$

$$m(y) = \frac{133}{2}$$

$$s^2(x) + s^2(y) = \frac{(75 - 75)^2 + (68 - 75)^2 + (85 - 75)^2 + (72 - 75)^2}{4} +$$

$$\frac{\left(61 - \frac{133}{2}\right)^2 + \left(65 - \frac{133}{2}\right)^2 + \left(62 - \frac{133}{2}\right)^2 + \left(78 - \frac{133}{2}\right)^2}{4}$$

$$= \frac{79}{2} + \frac{185}{4} = \frac{343}{4}$$