

# Ballon dirigeable souple à masse de gaz constante (hélium) ayant un volume total d'enveloppe constant, équipé de ballonnets Air ventilés

## Mesure de la portance aérostatique pour évaluer le gonflage

Marcel Délèze, Stéphane Rousson

### 1. Caractéristiques du ballon

Ces caractéristiques sont fournies par le constructeur :

$V_{\text{enveloppe}}$  = volume total de l'enveloppe qui contient l'hélium et l'air des ballonnets. Ce volume est constant

$V_{\text{max ballonnets}}$  = volume maximal des ballonnets

$p_{\text{su}}$  = surpression d'utilisation de l'hélium par rapport à la pression atmosphérique, afin d'assurer une certaine rigidité de l'enveloppe

$M_{\text{à vide}}$  = masse à vide du ballon qui comprend essentiellement l'enveloppe, la nacelle et les structures du ballon ; mais elle n'inclut ni la masse offerte, ni les gaz.

### 2. Données atmosphériques et pesée de l'hélium

Toutes les mesures sont effectuées au sol, si possible en l'absence de vent et de soleil

$p_1$  = pression atmosphérique ; il s'agit de la pression non corrigée, c'est-à-dire qui n'est pas ramenée à l'altitude 0 ;

$t_1$  = température de l'air en degrés Celsius ;  $T_1 = t_1 + 273.15 \text{ K}$  ;

$H_1$  = humidité relative de l'air ;

$z_1$  = altitude du lieu des mesures ; elle peut provenir d'un GPS ou d'une carte topographique, mais pas d'un altimètre basé sur la mesure de la pression

$M_{\text{offerte}}$  = masse d'équilibrage ; cette masse est ajustée de telle manière que la portance aérostatique est nulle ;

$t_s$  = surchauffe de l'hélium à l'instant de l'équilibrage.

### 3. Calcul de la quantité d'hélium

#### 3.1 Masse volumique de l'air

La masse volumique de l'air est une fonction de la pression atmosphérique  $p_{\text{atm}}$ , la température  $T = t + 273.15 \text{ K}$  et l'humidité relative  $H_r$  :

$$\rho_{\text{air}}(p_{\text{atm}}, T, H_r) = \frac{1 - 0.37731 \cdot H_r \cdot p_{\text{sat}}(t) / p_{\text{atm}}}{287.06 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}} \cdot \frac{p_{\text{atm}}}{T} \quad [\text{Formule 3.1}]$$

Référence : Wikipedia, rubrique « Masse volumique de l'air ». La fonction  $p_{\text{sat}}(t)$ , déterminée par interpolation dans une table de données numériques, est ici définie pour les températures  $t \leq 50^\circ \text{ C}$  (voir annexe B1).

#### 3.2 Équation d'équilibre

La pesée consiste à ajuster la masse offerte  $M_{\text{offerte}}$  de telle manière que la portance aérostatique soit nulle :

$$M_{Arch}(z_1) = M_{\grave{a}vide} + M_{offerte} + M_{He} + M_{ballonnets}(z_1, t_s) \quad [\acute{E}quation d'\acute{e}quilibre 3.2a]$$

Dans l'\acute{e}quation d'\acute{e}quilibre, effectuons les substitutions suivantes, en tenant compte que les ballonnets sont ventil\’es :

$$M_{ballonnets}(z_1, t_s) = \rho_{air}(p_1 + p_{su}, T_1, H_1) \cdot V_{ballonnets}(z_1, t_s)$$

$$V_{ballonnets}(z_1, t_s) = V_{enveloppe} - V_{He, jour}$$

$$M_{He} = n_{He} \cdot m_{He} = \frac{(p_1 + p_{su}) \cdot V_{He, jour}}{R \cdot (T_1 + t_s)} \cdot m_{He} \quad \text{o\’u la constante des gaz parfaits vaut}$$

$$R = 8.3144621 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad \text{et la masse molaire de l'h\’elium vaut}$$

$$m_{He} = 0.004002602 \text{ kg mol}^{-1}$$

En notant  $\rho_{He, jour} = \frac{(p_1 + p_{su}) \cdot m_{He}}{R \cdot (T_1 + t_s)}$  la masse volumique de l'h\’elium aux conditions du jour,

$$\text{on a } M_{He} = \rho_{He, jour} \cdot V_{He, jour}$$

On obtient ainsi une \acute{e}quation qui n'a plus qu'une seule inconnue : le volume de l'h\’elium  $V_{He, jour}$  aux conditions du jour :

[\acute{E}quation d'\acute{e}quilibre 3.2b]

$$M_{Arch}(z_1) = M_{\grave{a}vide} + M_{offerte} + \rho_{He, jour} \cdot V_{He, jour} + \rho_{air}(p_1 + p_{su}, T_1, H_1) \cdot (V_{enveloppe} - V_{He, jour})$$

La masse volumique de l'air est abr\’eg\’ee  $\rho_{air} = \rho_{air}(p_1, T_1, H_1)$ , tandis que la masse volumique de l'air \`a l'int\’erieur des ballonnets est not\’ee  $\rho_{air, bal} = \rho_{air}(p_1 + p_{su}, T_1, H_1)$

$$\rho_{air} \cdot V_{enveloppe} = M_{\grave{a}vide} + M_{offerte} + \rho_{He, jour} \cdot V_{He, jour} + \rho_{air, bal} \cdot V_{enveloppe} - \rho_{air, bal} \cdot V_{He, jour}$$

$$(\rho_{air, bal} - \rho_{He, jour}) \cdot V_{He, jour} = M_{\grave{a}vide} + M_{offerte} + (\rho_{air, bal} - \rho_{air}) \cdot V_{enveloppe}$$

$$V_{He, jour} = \frac{M_{\grave{a}vide} + M_{offerte} + (\rho_{air, bal} - \rho_{air}) \cdot V_{enveloppe}}{\rho_{air, bal} - \rho_{He, jour}}$$

#### 4. Calcul des caract\’eristiques de gonflage et r\’esultats

- $V_{He} = \frac{V_{He, jour} \cdot (p_1 + p_{su}) \cdot T_{standard}}{(p_{standard} + p_{su}) \cdot (T_1 + t_s)}$  = volume de l'h\’elium, en  $m^3$ , aux conditions atmosph\’eriques standard
- $\frac{V_{He}}{V_{enveloppe}}$  = rapport des volumes « h\’elium/total » aux conditions atmosph\’eriques standard
- $V_{ballonnets \text{ standard}} = V_{enveloppe} - V_{He}$  = volume des ballonnets d'air aux conditions atmosph\’eriques standard
- $\frac{V_{ballonnets \text{ standard}}}{V_{enveloppe}}$  = rapport des volumes « ballonnets/total » aux conditions atmosph\’eriques standard

- $\frac{V_{\text{ballonnets standard}}}{V_{\text{max ballonnets}}}$  = taux de remplissage des ballonnets aux conditions atmosphériques standard
- $n_{\text{He}} = \frac{p_{\text{standard}} \cdot V_{\text{He}}}{R \cdot T_{\text{standard}}}$  = nombre de moles d'hélium
- $M_{\text{He}} = n_{\text{He}} \cdot m_{\text{He}}$  = masse de l'hélium, en kg

## 5. Calculateur numérique

Un calculateur en ligne est à disposition :

[www.deleze.name/marcel/physique/aerostat/helium/pesee-He.html](http://www.deleze.name/marcel/physique/aerostat/helium/pesee-He.html)

**B1 Table numérique de la pression de saturation de la vapeur d'eau en fonction de la température**

Température en degrés Celsius $t$	Pression de saturation de la vapeur d'eau en hPa $p_{sat}(t)$	Température en degrés Celsius $t$	Pression de saturation de la vapeur d'eau en hPa $p_{sat}(t)$
-60	0.001	24	29.83
-40	0.13	25	31.67
-20	1.03	26	33.6
-18	1.5	27	35.64
-15	1.9	28	37.8
-12	2.4	29	40.05
-10	2.6	30	42.43
-9	3	31	44.92
-7	3.7	32	47.55
-4	4.6	33	50.3
-1	5.6	34	53.19
0	6.11	35	56.23
2	7.06	36	59.41
4	8.13	37	62.75
6	9.35	38	66.25
8	10.73	39	69.92
10	12.28	40	73.75
11	13.12	41	77.78
12	14.02	42	81.99
13	14.97	43	86.39
14	15.98	44	91.01
15	17.05	45	95.83
16	18.18	46	100.86
17	19.37	47	106.12
18	20.63	48	111.60
19	21.97	49	117.35
20	23.38	50	123.34
21	24.87		
22	26.43		
23	28.09		