Trigonométrie du triangle quelconque

Lien vers le formulaire et les énoncés des exercices

Corrigés des exercices

Lien vers le calculateur en ligne

Le calculateur en ligne peut faire office de générateur de corrigés.
Cette version n'est pas accompagnée de représentations graphiques.

Corrigé de l'exercice 1.1

Deux côtés sont donnés : $a = 20, \quad b = 30$
Un angle est donné : $\gamma = 30\,^\circ$
Résoudre l'équation du deuxième degré donnée par le théorème du cosinus

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma)$$

en éliminant les solutions négatives :

$$c = 16.14836$$
$$\cos(\alpha) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = 0.7851876$$
$$\alpha = 38.261966\,^\circ$$
$$\beta = 111.73803\,^\circ$$

Corrigé de l'exercice 1.2

Un côté est donné : $b = 17.2$
Deux angles sont donnés : $\alpha = 37.5\,^\circ, \quad \gamma = 105.2\,^\circ$
Calculer d'abord l'angle qui n'a pas été donné :

$$\beta = 180\,^\circ - \gamma - \alpha = 37.3\,^\circ$$

Utiliser le théorème du sinus :

$$c = \frac{b}{\sin(\beta)}\sin(\gamma) = 27.390431$$
$$a = \frac{b}{\sin(\beta)}\sin(\alpha) = 17.278708$$

Corrigé de l'exercice 1.3

Trois côtés sont donnés : $a = 25, \quad b = 80, \quad c = 60$
Aucun angle n'est donné.
Pour calculer les angles, utiliser le théorème du cosinus :

$$\cos(\alpha) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = 0.9765625$$
$$\alpha = 12.429257\,^\circ$$
$$\cos(\beta) = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = -0.725$$
$$\beta = 136.46885\,^\circ$$
$$\gamma = 31.101895\,^\circ$$

Corrigé de l'exercice 1.4

Deux côtés sont donnés : $a = 7, \quad c = 10$
Un angle est donné : $\alpha = 25\,°$
Résoudre l'équation du deuxième degré donnée par le théorème du cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$$

en éliminant les solutions négatives :

$$\{b_1, b_2\} = \{3.4828108, \quad 14.643345\}$$

Premier triangle avec $b = b_1$:

$$\cos(\beta_1) = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = 0.9776431$$
$$\beta_1 = 12.138255\,°$$
$$\gamma_1 = 142.86175\,°$$

Deuxième triangle avec $b = b_2$:

$$\cos(\beta_2) = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = -0.4673396$$
$$\beta_2 = 117.86175\,°$$
$$\gamma_2 = 37.138255\,°$$

Corrigé de l'exercice 1.5

Trois côtés sont donnés : $a = 5, \quad b = 6, \quad c = 12$
Aucun angle n'est donné.
Pour calculer les angles, utiliser le théorème du cosinus :

$$\cos(\alpha) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = 1.0763889$$
$$\cos(\beta) = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = 1.1083333$$

Aucune solution, car $\cos(\alpha)$ n'est pas compris entre -1 et 1.
Aucune solution, car $\cos(\beta)$ n'est pas compris entre -1 et 1.

Corrigé de l'exercice 2.1

Un côté est donné : $a = 86$
Deux angles sont donnés : $\beta = 123\,°$, $\gamma = 25\,°$
Calculer d'abord l'angle qui n'a pas été donné :

$$\alpha = 180\,° - \beta - \gamma = 32\,°$$

Utiliser le théorème du sinus :

$$b = \frac{a}{\sin(\alpha)}\sin(\beta) = 136.1069$$

$$c = \frac{a}{\sin(\alpha)}\sin(\gamma) = 68.586241$$

Corrigé de l'exercice 2.2

Deux côtés sont donnés : $a = 58, \quad b = 10$
Un angle est donné : $\gamma = 129\,^\circ$
Résoudre l'équation du deuxième degré donnée par le théorème du cosinus

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma)$$

en éliminant les solutions négatives :

$$\begin{aligned} c &= 64.761189 \\ \cos(\alpha) &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = 0.7180316 \\ \alpha &= 44.107793\,^\circ \\ \beta &= 6.8922067\,^\circ \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 2.3

Deux côtés sont donnés : $a = 26, \quad b = 22$
Un angle est donné : $\alpha = 70\,^\circ$
Résoudre l'équation du deuxième degré donnée par le théorème du cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$$

en éliminant les solutions négatives :

$$\begin{aligned} c &= 23.292044 \\ \cos(\beta) &= \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = 0.6064462 \\ \beta &= 52.667019\,^\circ \\ \gamma &= 57.332981\,^\circ \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 2.4

Deux côtés sont donnés : $a = 21, \quad c = 28$
Un angle est donné : $\alpha = 27\,^\circ$
Résoudre l'équation du deuxième degré donnée par le théorème du cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$$

en éliminant les solutions négatives :

$$\{b_1, b_2\} = \{8.2325667, \quad 41.663799\}$$

Premier triangle avec $b = b_1$:

$$\begin{aligned} \cos(\beta_1) &= \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = 0.9840347 \\ \beta_1 &= 10.25192\,^\circ \\ \gamma_1 &= 142.74808\,^\circ \end{aligned}$$

Deuxième triangle avec $b = b_2$:

$$\begin{aligned} \cos(\beta_2) &= \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = -0.4344151 \\ \beta_2 &= 115.74808\,^\circ \\ \gamma_2 &= 37.25192\,^\circ \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 2.5

Trois côtés sont donnés : $a = 26, \quad b = 100, \quad c = 85$
Aucun angle n'est donné.
Pour calculer les angles, utiliser le théorème du cosinus :

$$\cos(\alpha) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = 0.9734706$$

$$\alpha = 13.22715\,^\circ$$

$$\cos(\beta) = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = -0.4748869$$

$$\beta = 118.35198\,^\circ$$

$$\gamma = 48.420865\,^\circ$$

Corrigé de l'exercice 2.6

Un côté est donné : $b = 33$
Deux angles sont donnés : $\beta = 80\,^\circ, \quad \gamma = 110\,^\circ$
Calculer d'abord l'angle qui n'a pas été donné :

$$\alpha = 180\,^\circ - \beta - \gamma = -10\,^\circ$$

Condition : $(\beta + \gamma) < $ (angle plat)
ERREUR : $(\beta + \gamma) \geq$ (angle plat)
Pas de solution.

Corrigé de l'exercice 2.7

Deux côtés valides sont donnés : $a = 17, \quad b = 9$
Un angle valide est donné : $\beta = 80\,^\circ$
Résoudre l'équation du deuxième degré donnée par le théorème du cosinus

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos(\beta)$$

en éliminant les solutions négatives : Pas de solution c
Aucune solution.

Alternative avec représentations graphiques

Pour disposer de solutions avec représentations graphiques, on peut mettre en oeuvre le *Calculateur pour la géométrie analytique du plan*. Voir par exemple

Résolution de triangles quelconques, arpentage