Aide ou modes d'emploi

Le présent mode d’emploi, aussi appelé Aide, est disponible:

- au format PDF:
  https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/packages/aide/EtudeFct.pdf
- et au format NB de Mathematica:
  https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/packages/aide/EtudeFct.nb
- On peut aussi accéder à la liste des packages fournis par l’auteur:
  https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/packages/index.html

Package EtudeFct

Le package **EtudeFct** offre diverses procédures pour faire des études de fonctions, en particulier pour dresser un tableau de variations.

Pour avoir accès au package, il suffit de connaître son adresse web:

```
Needs["EtudeFct`",
nécessite
 "https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/packages/EtudeFct.m"]
```

Pour ne pas oublier d'exécuter ces instructions au début de chaque session de travail, il est conseillé de déclarer les instructions **Needs** comme étant des cellules d'initialisation. Pour ce faire, sélectionnez les cellules voulues puis passez par le menu

Cell / Cell properties / Initialization cell

Commandes disponibles

```
Names["EtudeFct`*"]
noms
{fracRat, indicGT, indicGTLT, indicLT, Ntv, Ntv1, restreins, symbolFct, tv, tv1, valAbs}
```

? tv

tv[f] donne le tableau de variations de la fonction f avec usage de f' et f''.

? Ntv

Ntv[f] donne le tableau de variations de la fonction f avec des valeurs numériques.

? tv1

tv1[f] donne le tableau de variations de la fonction f avec usage de f'.

? Ntv1

Ntv1[f] donne le tableau de variations de la fonction f avec des valeurs numériques.

```
? symbolFct
```

symbolFct[nom] utilise le nom donné pour afficher le nom de la fonction. Par défaut, le nom est f.

```
? restreins
```

restreins[cond] rajoute la condition cond[x] à l'ensemble de définition.

```
? fracRat
```

fracRat[f, x] donne, pour une fraction rationnelle f[x],
le Quotient (ou partie polynomiale) ainsi que le Reste/Dénominateur.

```
? valAbs
```

valAbs[x] donne la valeur absolue de x.

```
? indicGT
```

indicGT[a][x] est la fonction indicatrice de l'intervalle]a; ∞[
(non définie en x=a).

```
? indicLT
```

indicLT[b][x] est la fonction indicatrice de l'intervalle]–∞, b[
(non définie en x=b).

```
? indicGTLT
```

indicGTLT[a,b][x] est la fonction indicatrice de l'intervalle]a, b[
(non définie en x=a et x=b).

Exemple d'une fraction rationnelle

Clear[f]; $f[x\_] = \frac{x-3}{x-2}$;
efface

```
fracRat[f, x]
```

Quotient (ou partie polynomiale) = 1

$$\frac{\text{Reste}}{\text{Dénominateur}} = -\frac{1}{-2+x}$$

```
tv[f]
```

Ensemble de définition de f : $x < 2 \,||\, x > 2$

$$f(x) = \frac{-3 + x}{-2 + x}$$

Signe(f(x)) :

négatif pour	$2 < x < 3$
nul pour	$x == 3$
positif pour	$x < 2 \,||\, x > 3$

$$f'(x) = \frac{1}{(-2 + x)^2}$$

Signe(f'(x)) :

négatif pour	$x \in \{\}$
nul pour	$x \in \{\}$
positif pour	$x < 2 \,||\, x > 2$

$$f''(x) = -\frac{2}{(-2 + x)^3}$$

Signe(f''(x)) :

négatif pour	$x > 2$
nul pour	$x \in \{\}$
positif pour	$x < 2$

Candidat(s) extremum(s) : Aucun

Candidat(s) point(s) d'inflexion : Aucun

Du côté $+\infty$, asymptote horizontale y= 1

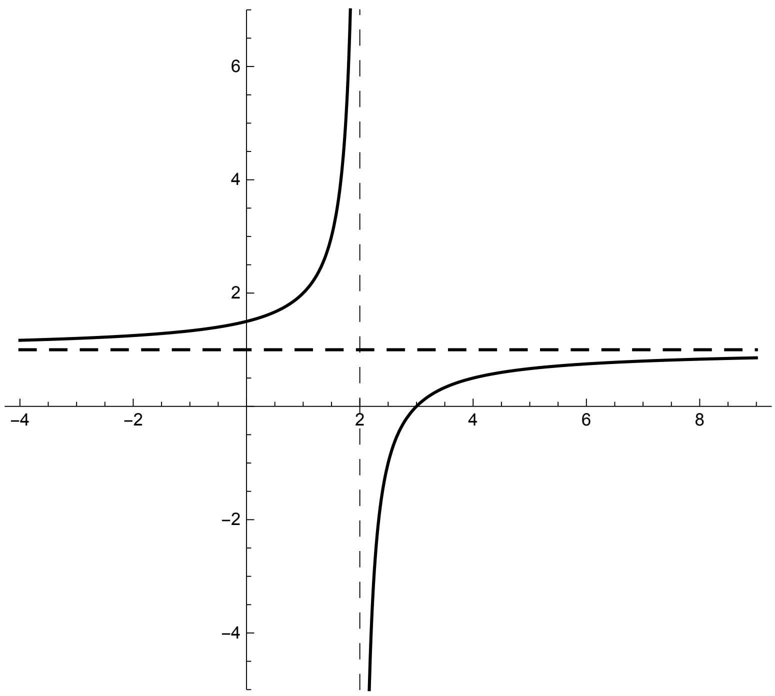
Du côté $-\infty$, asymptote horizontale y= 1

Avec les résultats précédents, veuillez
tracer à la main le tableau de variations de la fonction.

```
y1 = -5; y2 = 7;
Clear[asVert];
```
efface

```
asVert[x_] = Line[{{x, y1}, {x, y2}}];
```
ligne

```
Plot[{f[x], 1}, {x, -4, 9}, PlotStyle → {Black, {Black, Dashing[{0.02}]}},
tracé de courbes   style de tracé   noir   noir   style de rayures
 Epilog → {Black, Dashing[{0.02}], asVert[2]},
 épilogue   noir   style de rayures
 AspectRatio → Automatic, PlotRange → {y1, y2}, ImageSize → {400, 400}]
 rapport d'aspect   automatique   zone de tracé   taille d'image
```



Exemple d'une fonction irrationnelle

Clear[f]; $f[x\_] = \sqrt{\dfrac{x^3}{x-2}}$;
efface

```
tv[f]
```

Ensemble de définition de f : $x \le 0 \,||\, x > 2$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{-2+x}}$$

Signe(f(x)) :

négatif pour	$x \in \{\}$
nul pour	$x == 0$
positif pour	$x < 0 \,||\, x > 2$

$$f'(x) = \frac{(-3+x)\,x^2}{(-2+x)^2\sqrt{\frac{x^3}{-2+x}}}$$

Signe(f'(x)) :

négatif pour	$x < 0 \,||\, 2 < x < 3$
nul pour	$x == 0 \,||\, x == 3$
positif pour	$x > 3$

$$f''(x) = \frac{3\,x^4}{(-2+x)^4\left(\frac{x^3}{-2+x}\right)^{3/2}}$$

Signe(f''(x)) :

négatif pour	$x \in \{\}$
nul pour	$x \in \{\}$
positif pour	$x < 0 \,||\, x > 2$

Candidat(s) extremum(s) : $\{\{0, 0\}, \{3, 3\sqrt{3}\}\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : Aucun

Du côté $+\infty$, asymptote affine $y = (1)\,x + (1)$

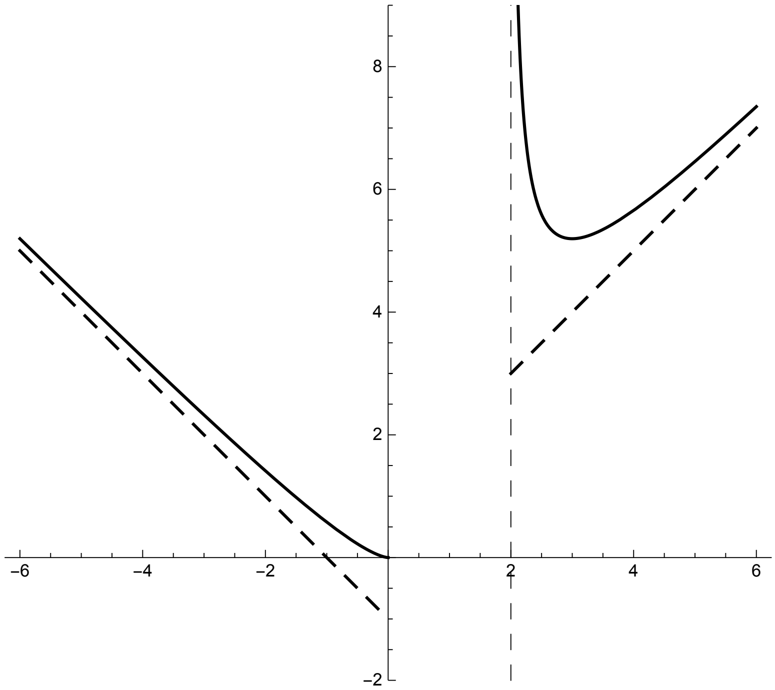
Du côté $-\infty$, asymptote affine $y = (-1)\,x + (-1)$

Avec les résultats précédents, veuillez
 tracer à la main le tableau de variations de la fonction.

```
Clear[asAff];
efface
asAff[x_] := -x - 1 /; x < 0;
asAff[x_] := x + 1 /; x > 2;

y1 = -2; y2 = 9;
Clear[asVert];
efface
asVert[x_] = Line[{{x, y1}, {x, y2}}];
             ligne
```

```
Plot[{f[x], asAff[x]}, {x, -6, 6}, PlotStyle → {Black, {Black, Dashing[{0.02}]}},
 Epilog → {Black, Dashing[{0.02}], asVert[2]},
 AspectRatio → Automatic, PlotRange → {y1, y2}, ImageSize → {400, 400}]
```

tracé de courbes · style de tracé · noir · noir · style de rayures · épilogue · noir · style de rayures · rapport d'aspect · automatique · zone de tracé · taille d'image



Commande "restreins"; exemple trigonométrique

```
Clear[f]; f[x_] = Sin[x + π/6] (Cos[x] + 1);
```

effache · sinus · cosinus

```
symbolFct[f];
```

```
? restreins
```

restreins[cond] rajoute la condition cond[x] à l'ensemble de définition.

```
cond[x_] = -π ≤ x ≤ π; restreins[cond];
```

```
Ntv1[f]
```

```
Ensemble de définition de f : -3.14159 ≤ x ≤ 3.14159

f(x) = 1. (1. Sin[0.523599 + x] + 1. Cos[x] Sin[0.523599 + x])
```

Signe(f(x)) :

négatif pour	-3.14159 < x < -0.523599 || 2.61799 < x < 3.14159
nul pour	x == -3.14159 || x == -0.523599 || x == 2.61799 || x == 3.14159
positif pour	-0.523599 < x < 2.61799

```
f'(x) = 1. (1. Cos[0.523599 + x] + 1. Cos[x] Cos[0.523599 + x] - 1. Sin[x] Sin[0.523599 + x])
```

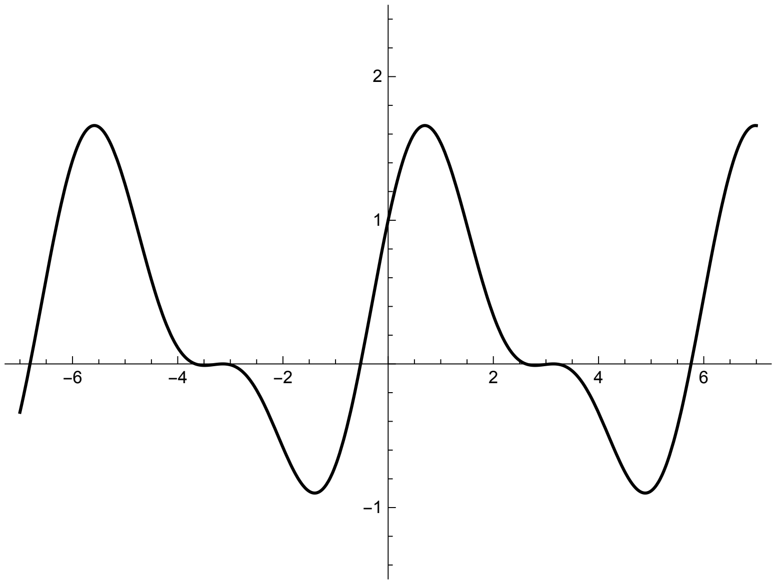
Signe(f'(x)) :

négatif pour	-3.14159 < x < -1.39626 || 0.698132 < x < 2.79253
nul pour	x == -3.14159 || x == -1.39626 || x == 0.698132 || x == 2.79253 || x == 3.14159
positif pour	-1.39626 < x < 0.698132 || 2.79253 < x < 3.14159

```
Candidat(s) extremum(s) : {{-3.14159, 0.}, {-1.39626, -0.899067},
  {0.698132, 1.65954}, {2.79253, -0.0104723}, {3.14159, 0.}}

Du côté +∞, fonction non définie.

Du côté -∞, fonction non définie.

Avec les résultats précédents, veuillez
  tracer à la main le tableau de variations de la fonction.
```

```
y1 = -1.5; y2 = 2.5;

Plot[{f[x]}, {x, -7, 7}, PlotStyle → {Black},
 AspectRatio → Full, PlotRange → {y1, y2}, ImageSize → {400, 300}]
```

tracé de courbes | style de tracé | noir | rapport d'aspect | plein | zone de tracé | taille d'image



Relâchement de la restriction :

```
cond[x_] = True; restreins[cond]
```

vrai

x∈ℝ

Fonction avec valeur absolue, exemple avec distinction de cas

$$f(x) = \mathrm{Log}\left|x^2 - x - 6\right|$$

Restriction aux x tels que $x^2 - x - 6 > 0$

```
f1[x_] = Log[x^2 - x - 6];
```
logarithme

```
symbolFct[f1];
```

```
tv[f1]
```

Ensemble de définition de f_1 : $x < -2 \;||\; x > 3$

$f_1(x) = \mathrm{Log}[-6 - x + x^2]$

Signe($f_1(x)$) :

négatif pour	$\frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{29}\right) < x < -2 \;||\; 3 < x < \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{29}\right)$
nul pour	$x == \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{29}\right) \;||\; x == \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{29}\right)$
positif pour	$x < \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{29}\right) \;||\; x > \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{29}\right)$

$$f_1'(x) = \frac{-1 + 2x}{(-3 + x)(2 + x)}$$

Signe($f_1'(x)$) :

négatif pour	$x < -2$
nul pour	$x \in \{\}$
positif pour	$x > 3$

$$f_1''(x) = -\frac{13 - 2x + 2x^2}{(-3 + x)^2 (2 + x)^2}$$

Signe($f_1''(x)$) :

négatif pour	$x < -2 \;||\; x > 3$
nul pour	$x \in \{\}$
positif pour	$x \in \{\}$

Candidat(s) extremum(s) : Aucun

Candidat(s) point(s) d'inflexion : Aucun

Du côté $+\infty$, direction asymptotique nulle et $f(x) \longrightarrow \infty$

Du côté $-\infty$, direction asymptotique nulle et $f(x) \longrightarrow \infty$

Restriction aux x tels que $x^2 - x - 6 < 0$

```
f2[x_] = Log[-x^2 + x + 6];
```
logarithme

```
symbolFct[f2];
```

```
tv[f2]
```

Ensemble de définition de f_2 : $-2 < x < 3$

$f_2(x) = \text{Log}[6 + x - x^2]$

Signe$(f_2(x))$:

négatif pour	$-2 < x < \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{21}\right) \;\|\|\; \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{21}\right) < x < 3$
nul pour	$x == \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{21}\right) \;\|\|\; x == \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{21}\right)$
positif pour	$\frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{21}\right) < x < \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{21}\right)$

$f_2'(x) = \frac{-1 + 2x}{(-3 + x)(2 + x)}$

Signe$(f_2'(x))$:

négatif pour	$\frac{1}{2} < x < 3$
nul pour	$x == \frac{1}{2}$
positif pour	$-2 < x < \frac{1}{2}$

$f_2''(x) = -\frac{13 - 2x + 2x^2}{(-3 + x)^2 (2 + x)^2}$

Signe$(f_2''(x))$:

négatif pour	$-2 < x < 3$
nul pour	$x \in \{\}$
positif pour	$x \in \{\}$

Candidat(s) extremum(s) : $\left\{\left\{\frac{1}{2}, \text{Log}\left[\frac{25}{4}\right]\right\}\right\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : Aucun

Du côté $+\infty$, fonction non définie.

Du côté $-\infty$, fonction non définie.

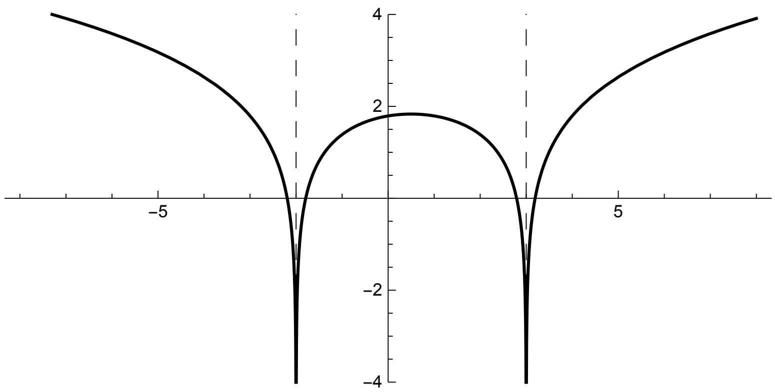
Traitement de la valeur absolue (fusion des deux cas)

Avec les résultats précédents, veuillez
tracer à la main le tableau de variations de la fonction.

```
y1 = -4; y2 = 4;

asVert[x_] = Line[{{x, y1}, {x, y2}}];
```
ligne

```
Plot[{f1[x], f2[x]}, {x, -8, 8}, PlotStyle → {Black},
 Epilog → {Black, Dashing[{0.02}], asVert[-2], asVert[3]},
 AspectRatio → Automatic, PlotRange → {y1, y2}, ImageSize → {400, 300}]
```

tracé de courbes, style de tracé, noir, épilogue, noir, style de rayures, rapport d'aspect, automatique, zone de tracé, taille d'image



Fonction avec valeur absolue, exemple avec valAbs

```
? valAbs
```

valAbs[x] donne la valeur absolue de x.

```
f[x_] = Log[valAbs[x^2 - x - 6]];
```

logarithme

```
tv[f]
```

Ensemble de définition de f_2 : $x < -2 \,||\, -2 < x < 3 \,||\, x > 3$

$f_2(x) = \text{Log}\left[\sqrt{\left(-6 - x + x^2\right)^2}\right]$

Signe$(f_2(x))$:

négatif pour	$\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{29}\right) < x < -2 \,||\, -2 < x < \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{21}\right) \,||\, \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{21}\right) < x < 3 \,||\, 3 < x < \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{29}\right)$
nul pour	$x == \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{29}\right) \,||\, x == \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{21}\right) \,||\, x == \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{21}\right) \,||\, x == \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{29}\right)$
positif pour	$x < \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{29}\right) \,||\, \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{21}\right) < x < \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{21}\right) \,||\, x > \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{29}\right)$

$f_2'(x) = \dfrac{-1 + 2x}{(-3 + x)(2 + x)}$

Signe$(f_2'(x))$:

négatif pour	$x < -2 \,||\, \frac{1}{2} < x < 3$
nul pour	$x == \frac{1}{2}$
positif pour	$-2 < x < \frac{1}{2} \,||\, x > 3$

$f_2''(x) = -\dfrac{13 - 2x + 2x^2}{(-3 + x)^2 (2 + x)^2}$

Signe$(f_2''(x))$:

négatif pour	$x < -2 \,||\, -2 < x < 3 \,||\, x > 3$
nul pour	$x \in \{\}$
positif pour	$x \in \{\}$

Candidat(s) extremum(s) : $\left\{\left\{\frac{1}{2}, \text{Log}\left[\frac{25}{4}\right]\right\}\right\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : Aucun

Du côté $+\infty$, direction asymptotique nulle et $f(x) \longrightarrow \infty$

Du côté $-\infty$, direction asymptotique nulle et $f(x) \longrightarrow \infty$

Avec les résultats précédents, veuillez
tracer à la main le tableau de variations de la fonction.

Ntv[f]

Ensemble de définition de f_2 : $x < -2. \,||\, -2. < x < 3. \,||\, x > 3.$

$f_2(x) = \mathrm{Log}\left[\sqrt{\left(-6. - 1.\,x + x^2\right)^2}\right]$

Signe$(f_2(x))$:

négatif pour	$-2.19258 < x < -2. \,||\, -2. < x < -1.79129 \,||\, 2.79129 < x < 3. \,||\, 3. < x < 3.19258$
nul pour	$x == -2.19258 \,||\, x == -1.79129 \,||\, x == 2.79129 \,||\, x == 3.19258$
positif pour	$x < -2.19258 \,||\, -1.79129 < x < 2.79129 \,||\, x > 3.19258$

$$f_2'(x) = \frac{2.\,(-0.5 + 1.\,x)}{(-3. + 1.\,x)\,(2. + 1.\,x)}$$

Signe$(f_2'(x))$:

négatif pour	$x < -2. \,||\, 0.5 < x < 3.$
nul pour	$x == 0.5$
positif pour	$-2. < x < 0.5 \,||\, x > 3.$

$$f_2''(x) = -\frac{2.\,\left(6.5 - 1.\,x + 1.\,x^2\right)}{(-3. + 1.\,x)^2\,(2. + 1.\,x)^2}$$

Signe$(f_2''(x))$:

négatif pour	$x < -2. \,||\, -2. < x < 3. \,||\, x > 3.$
nul pour	$x \in \{\}$
positif pour	$x \in \{\}$

Candidat(s) extremum(s) : {{0.5, 1.83258}}

Candidat(s) point(s) d'inflexion : Aucun

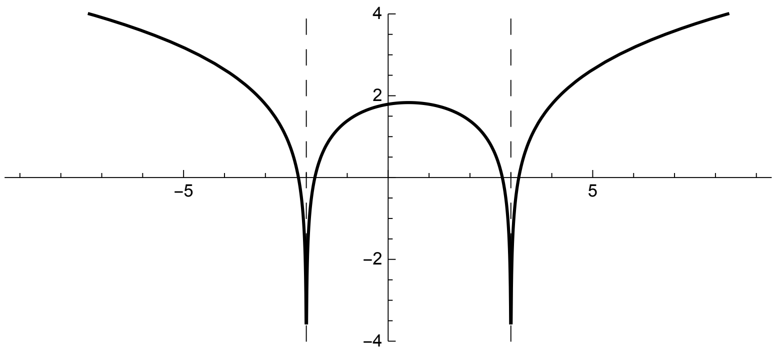
Du côté $+\infty$, direction asymptotique nulle et $f(x) \longrightarrow \infty$

Du côté $-\infty$, direction asymptotique nulle et $f(x) \longrightarrow \infty$

Avec les résultats précédents, veuillez
tracer à la main le tableau de variations de la fonction.

```
y1 = -4; y2 = 4;

asVert[x_] = Line[{{x, y1}, {x, y2}}];
```
ligne

```
Plot[f[x], {x, -9, 9}, PlotStyle → {Black},
tracé de courbes        style de tracé  noir
 Epilog → {Black, Dashing[{0.02}], asVert[-2], asVert[3]},
 épilogue   noir   style de rayures
 AspectRatio → Automatic, PlotRange → {y1, y2}, ImageSize → {400, 300}]
 rapport d'aspect  automatique  zone de tracé         taille d'image
```



Fonction définie par morceaux, exemple

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{pour } x \le 1 \\ (x-2)^2 & \text{pour } x > 1 \end{cases}$$

```
Clear[f, f1, f2, cond, cond1, cond2, x]
efface
```

```
f1[x_] := x + 2
```

```
cond1[x_] := x ≤ 1; restreins[cond1]
```

$x \le 1$

```
symbolFct[f₁];
```

```
tv[f1]
```

Ensemble de définition de f_1 : $x \le 1$

$f_1(x) = 2 + x$

Signe($f_1(x)$) :

négatif pour	$x < -2$
nul pour	$x == -2$
positif pour	$-2 < x \le 1$

$f_1'(x) = 1$

Signe($f_1'(x)$) :

négatif pour	$x \in \{\}$
nul pour	$x \in \{\}$
positif pour	$x \le 1$

$f_1''(x) = 0$

Signe($f_1''(x)$) :

négatif pour	$x \in \{\}$
nul pour	$x \le 1$
positif pour	$x \in \{\}$

Candidat(s) extremum(s) : Aucun

Candidat(s) point(s) d'inflexion: $\{\{x \le 1, f(\%)\}\}$

Du côté $+\infty$, fonction non définie.

Du côté $-\infty$, asymptote affine $y = (1)x + (2)$

```
f2[x_] := (x - 2)^2
```

```
cond2[x_] := 1 < x; restreins[cond2]
```

$1 < x$

```
symbolFct[f₂];
```

```
tv[f2]
```

Ensemble de définition de f_2 : $x > 1$

$f_2(x) = (-2 + x)^2$

Signe($f_2(x)$) :

négatif pour	$x \in \{\}$
nul pour	$x == 2$
positif pour	$1 < x < 2 \,||\, x > 2$

$f_2'(x) = 2(-2 + x)$

Signe($f_2'(x)$) :

négatif pour	$1 < x < 2$
nul pour	$x == 2$
positif pour	$x > 2$

$f_2''(x) = 2$

Signe($f_2''(x)$) :

négatif pour	$x \in \{\}$
nul pour	$x \in \{\}$
positif pour	$x > 1$

Candidat(s) extremum(s) : $\{\{2, 0\}\}$

Candidat(s) point(s) d'inflexion : Aucun

Du côté $+\infty$, pas d'asymptote affine.

Du côté $-\infty$, fonction non définie.

Avec les résultats précédents, veuillez tracer à la main le tableau de variations de la fonction.

```
Clear[f1g, f2g];
efface
f1g[x_] := x + 2 /; x ≤ 1;
f2g[x_] := (x - 2)^2 /; x > 1;

Plot[{f1g[x], f2g[x]}, {x, -3, 4}, PlotStyle → {Black},
tracé de courbes                     style de tracé   noir
 AspectRatio → Automatic, PlotRange → {-2, 6}, ImageSize → {400, 400}]
 rapport d'aspect  automatique  zone de tracé           taille d'image
```