Marcel Délèze
Edition 2017

Thème : Calcul d' erreur, § 4 Partie théorique
Lien vers les énoncés des exercices :
https://www.deleze.name/marcel/sec2/applmaths/csud/calcul_erreur/4-calcul_erreur.pdf

Corrigé de l'exercice 4-1

$\Delta x = 2 \times \% \; x = 0.02 \times 0.3 = 0.006$ $\qquad \Delta y = 1 \times \% \; y = 0.01 \times 7 = 0.07$

Corrigé de l'exercice 4-1, partie a)

Première étape: en considérant x et y comme des variables aléatoires, estimons leurs écart-types respectifs σ_x et σ_y. En admettant que

$$\Delta x = c\,\sigma_x \qquad \Delta y = c\,\sigma_y$$

```
c = 1;
```

ce qui, pour une distribution normale, correspond au seuil de confiance de 68.3 × %, nous en déduisons

$$\sigma_x = \frac{\Delta x}{c} \simeq 0.006 \qquad \sigma_y = \frac{\Delta y}{c} \simeq 0.07$$

Deuxième étape : on tire au hasard n valeurs de (x, y) distribuées comme suit:

x est une variable aléatoire normale de moyenne 0.3 et d'écart-type 0.006;

y est une variable aléatoire normale de moyenne 7 et d'écart-type 0.07;

```
distrX = NormalDistribution[0.3, 0.006/c];
         distribution normale

distrY = NormalDistribution[7, 0.07/c];
         distribution normale

n = 10000;
echX = RandomReal[distrX, n];
       nombre réel aléatoire

echY = RandomReal[distrY, n];
       nombre réel aléatoire
```

Troisième étape : pour chaque valeur de (x, y), nous calculons la valeur correspondante de $z = x\,y$ et en formons une liste de n valeurs

```
z = x y /. {x → echX, y → echY};

mz = Mean[z]
     valeur moy

2.09872
```

Quatrième étape : nous calculons l'écart-type de la liste z

```
sz = StandardDeviation[z]
     écart-type

0.0473836
```

puis les incertitudes correspondantes

```
Δz = c sz
```

0.0473836

```
N[Δz/mz, 4]
```
valeur numérique

0.0225774

En répétant plusieurs fois l'expérience aléatoire, on a obtenu, pour l'incertitude relative, les valeurs numériques suivantes

```
{0.02255, 0.02219, 0.02234, 0.02240, 0.02249};
```

Corrigé de l'exercice 4-1, partie b)

Première étape: en considérant x et y comme des variables aléatoires, estimons leurs écart-types respectifs σ_x et σ_y. En admettant que

$$\Delta x = c\,\sigma_x \qquad \Delta y = c\,\sigma_y$$

```
c = 3;
```

ce qui, pour une distribution normale, correspond au seuil de confiance de 99.7 × %, nous en déduisons

$$\sigma_x = \frac{\Delta x}{c} \simeq 0.002 \qquad \sigma_y = \frac{\Delta y}{c} \simeq 0.023$$

Deuxième étape : on tire au hasard n valeurs de (x, y) distribuées comme suit:

x est une variable aléatoire normale de moyenne 0.3 et d'écart-type 0.002;

y est une variable aléatoire normale de moyenne 7 et d'écart-type 0.023;

```
distrX = NormalDistribution[0.3, 0.006/c];
```
distribution normale

```
distrY = NormalDistribution[7, 0.07/c];
```
distribution normale

```
n = 10000;
echX = RandomReal[distrX, n];
```
nombre réel aléatoire

```
echY = RandomReal[distrY, n];
```
nombre réel aléatoire

Troisième étape : pour chaque valeur de (x, y), nous calculons la valeur correspondante de $z = x\,y$ et en formons une liste de n valeurs

```
z = x y /. {x → echX, y → echY};
```

```
mz = Mean[z]
```
valeur moy

2.09997

Quatrième étape : nous calculons l'écart-type de la liste z

```
sz = StandardDeviation[z]
```
écart-type

0.0155929

puis les incertitudes correspondantes

```
Δz = c sz
```

0.0467788

$$N\left[\frac{\Delta z}{mz}, 4\right]$$
valeur numérique

0.0222759

En répétant plusieurs fois l'expérience aléatoire, on a obtenu, pour l'incertitude relative, les valeurs numériques suivantes

```
{0.02250, 0.02219, 0.02231, 0.02280, 0.02261};
```

Corrigé de l'exercice 4-1, partie c)

1° Du point de vue de la valeur du résultat,
l'incertitude sur *z* ne dépend pas de *c*.

2° Du point de vue de l'interprétation des données et du résultat,
c indique le seuil de confiance des incertitudes.
La valeur de ce seuil pour le résultat est le même que pour les données.
Par exemple, si 99 % des *X* sont dans l'intervalle $[x - \Delta x,\ x + \Delta x]$ et
99 % des *Y* sont dans l'intervalle $[y - \Delta y,\ y + \Delta y]$,
alors 99 % des *Z* sont dans l'intervalle $[z - \Delta z,\ z + \Delta z]$.

Corrigé de l'exercice 4-1, partie d)

Avec la formule de Gauss-Laplace

$$\frac{\Delta x}{x} = 0.02 \qquad \frac{\Delta y}{y} = 0.01$$

l'incertitude relative sur z vaut

$$\sqrt{0.02^2 + 0.01^2}$$

0.0223607