

Masse volumique de l'air, température virtuelle et humidité spécifique, en fonction de la pression, la température et l'humidité relative

Marcel Délèze

1 Masse volumique d'un gaz parfait

Selon la loi des gaz parfaits

$$V = \frac{nRT}{p}$$

On en déduit sa masse volumique

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{mp}{nRT} = \frac{m}{n} \frac{p}{RT}$$

Pour appliquer cette formule à l'atmosphère, faisons apparaître la masse molaire de l'air

$$M_{air} = \frac{m}{n}$$

puis la constante spécifique de l'air sec :

$$R_s = \frac{R}{M_{air}} = \frac{8.3144621 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}{0.0289644 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}} = 287.058 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

On obtient

$$\rho = \frac{1}{R_s} \frac{p_{atm}}{T} \quad (1)$$

2 Constante spécifique d'un mélange de deux gaz

Deux gaz confinés dans un volume commun V obéissent chacun à la loi des gaz parfaits

$$\frac{1}{p_1 V} = \frac{1}{n_1 RT} \quad \text{et} \quad \frac{1}{p_2 V} = \frac{1}{n_2 RT}$$

En faisant apparaître les masses molaires $M = \frac{m}{n}$

$$\frac{m_1}{p_1 V} = \frac{m_1}{n_1} \frac{1}{RT} \quad \text{et} \quad \frac{m_2}{p_2 V} = \frac{m_2}{n_2} \frac{1}{RT}$$

$$\frac{m_1}{p_1 V} = \frac{M_1}{RT} \quad \text{et} \quad \frac{m_2}{p_2 V} = \frac{M_2}{RT}$$

En faisant apparaître les constantes spécifiques $R_s = \frac{R}{M}$

$$\frac{m_1}{p_1 V} = \frac{1}{R_1 T} \quad \text{et} \quad \frac{m_2}{p_2 V} = \frac{1}{R_2 T}$$

On a donc

$$\frac{1}{R_1} = \frac{m_1 T}{p_1 V} \quad \text{et} \quad \frac{1}{R_2} = \frac{m_2 T}{p_2 V}$$

Calculons maintenant la constante spécifique \bar{R} du mélange des deux gaz, avec $m = m_1 + m_2$ et $p = p_1 + p_2$

$$\begin{aligned}\frac{1}{\bar{R}} &= \frac{mT}{pV} = \frac{1}{p} \left(\frac{m_1 T}{V} + \frac{m_2 T}{V} \right) = \frac{1}{p} \left(\frac{p_1}{R_1} + \frac{p_2}{R_2} \right) = \frac{1}{p} \left(\frac{p - p_2}{R_1} + \frac{p_2}{R_2} \right) \\ &= \frac{1}{pR_1} \left(p - p_2 + \frac{p_2 R_1}{R_2} \right) = \frac{1}{R_1} \left(1 - \frac{p_2}{p} + \frac{p_2 R_1}{p R_2} \right) = \frac{1}{R_1} \left(1 - \frac{p_2}{p} \left(1 - \frac{R_1}{R_2} \right) \right)\end{aligned}$$

Nous appliquons cette formule à un mélange d'air sec et de vapeur d'eau: $R_1 = R_s =$ constante spécifique de l'air sec, $p = p_{atm} =$ pression atmosphérique, $p_2 = H_r p_{sat}(t) =$ pression partielle de la vapeur d'eau et $R_2 = R_v =$ constante spécifique de la vapeur d'eau:

$$\frac{1}{\bar{R}} = \frac{1}{R_s} \left(1 - \frac{p_2}{p_{atm}} \left(1 - \frac{R_s}{R_v} \right) \right) \quad (2)$$

3 Constante spécifique de l'air humide

La constante spécifique de la vapeur d'eau est

$$R_v = \frac{R}{M_{eau}} = \frac{8.3144621 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}{0.01801 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}} = 461.7 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

La constante spécifique de l'air dont l'humidité relative est H_r est donnée par

$$\frac{1}{\bar{R}} = \frac{1}{R_s} \left(1 - \frac{H_r p_{sat}(t)}{p_{atm}} \left(1 - \frac{R_s}{R_v} \right) \right)$$

où

$$1 - \frac{R_s}{R_v} = 1 - \frac{287.058 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}{461.7 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}} = 0.3783$$

[Wikipedia, Masse volumique de l'air humide](#)

En remplaçant, dans la formule (1), la constante spécifique de l'air sec par celle de l'air humide, on obtient

$$\rho = \frac{1}{\bar{R}} \frac{p_{atm}}{T} = \frac{\left(1 - \frac{0.3783 H_r p_{sat}(t)}{p_{atm}} \right) p_{atm}}{R_s T} \quad (3)$$

Cette formule exprime la masse volumique de l'air en fonction de la pression atmosphérique p_{atm} , la température $T = t + 273.15 \text{ K}$ et l'humidité relative H_r .

4 Température virtuelle

On appelle température virtuelle T_v la température de l'air sec à laquelle l'air sec et l'air humide de température T auraient la même pression et la même masse volumique:

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{R_s} \frac{p_{atm}}{T_v} = \frac{\left(1 - \frac{0.3783 H_r p_{sat}(t)}{p_{atm}} \right) p_{atm}}{R_s T} \\ \frac{1}{T_v} &= \left(1 - \frac{0.3783 H_r p_{sat}(t)}{p_{atm}} \right) \frac{1}{T} \\ T_v &= \frac{T}{1 - \frac{0.3783 H_r p_{sat}(t)}{p_{atm}}}\end{aligned} \quad (4)$$

Sachant que Δx est petit, on peut utiliser l'approximation linéaire

$$\frac{1}{1 - \Delta x} \approx 1 + \Delta x, \quad \frac{T}{1 - \Delta x} \approx T + T \Delta x$$

on obtient

$$T_v \approx T + \frac{0.3783 H_r p_{sat}(t)}{p_{atm}} T$$

$$\Delta T = T_v - T \approx \frac{0.3783 H_r p_{sat}(t)}{p_{atm}} T$$

[Wikipedia, Température virtuelle](#)

5 Humidité spécifique (ou teneur en eau)

Par définition, l'humidité spécifique (ou teneur en eau) H_s (ou q) est le rapport entre la masse volumique de la vapeur d'eau et la masse volumique de l'air humide

$$H_s = \frac{\rho_v}{\rho}$$

Exprimons l'humidité spécifique en fonction de la pression, la température et l'humidité relative

$$H_s = \frac{\frac{H_r p_{sat}(t)}{R_v T}}{\left(1 - \frac{0.3783 H_r p_{sat}(t)}{p_{atm}}\right) p_{atm}}$$

$$= \frac{R_s T}{R_v} \frac{H_r p_{sat}(t)}{p_{atm} - 0.3783 H_r p_{sat}(t)}$$

$$H_s = 0.6217 \frac{H_r p_{sat}(t)}{p_{atm} - 0.3783 H_r p_{sat}(t)} \quad (5)$$

L'humidité spécifique à saturation correspond au cas $H_r = 1$

$$H_{s,sat} = 0.6217 \frac{p_{sat}(t)}{p_{atm} - 0.3783 p_{sat}(t)}$$

[Wikipedia, Humidité spécifique](#)

Lien vers la page mère:

[Calculateurs de l'humidité de l'air](#)

www.deleze.name/marcel/physique/rosee/index.html