

## Étude d'une fraction rationnelle - Exercice r1-03

$$f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2+3x}$$

Liste d'exercices corrigés: études de fractions rationnelles

[www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/fractions-rationnelles/index.html](http://www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/fractions-rationnelles/index.html)

### Corrigé

Quotient (ou partie polynomiale) =  $x$

$$\frac{\text{Reste}}{\text{Dénominateur}} = \frac{1+3x}{x(3+x)}$$

Ensemble de définition de  $f$  :  $x < -3$  ou  $-3 < x < 0$  ou  $x > 0$

Signe( $f(x)$ ) :	négatif pour	$x < -3$ ou $-1 < x < 0$
	nul pour	$x = -1$
	positif pour	$-3 < x < -1$ ou $x > 0$

$$f'(x) = \frac{(1+x)^2(-3+4x+x^2)}{x^2(3+x)^2}$$

Signe( $f'(x)$ ) :

négatif pour	$-2 - \sqrt{7} < x < -3$ ou $-3 < x < -1$ ou $-1 < x < 0$ ou $0 < x < -2 + \sqrt{7}$
nul pour	$x = -2 - \sqrt{7}$ ou $x = -1$ ou $x = -2 + \sqrt{7}$
positif pour	$x < -2 - \sqrt{7}$ ou $x > -2 + \sqrt{7}$

$$f''(x) = \frac{6(1+x)(3+x^2)}{x^3(3+x)^3}$$

Signe( $f''(x)$ ) :	négatif pour	$x < -3$ ou $-1 < x < 0$
	nul pour	$x = -1$
	positif pour	$-3 < x < -1$ ou $x > 0$

Candidats extremums:

$$\left\{ (-2 - \sqrt{7}, -\frac{2}{9}(10 + 7\sqrt{7})), (-1, 0), (-2 + \sqrt{7}, \frac{2}{9}(-10 + 7\sqrt{7})) \right\}$$

Candidat(s) point(s) d'inflexion :  $\{(-1, 0)\}$

Asymptotes verticales :  $x = -3$  et  $x = 0$

Du côté  $+\infty$ , asymptote affine  $y = (1)x + (0)$

Du côté  $-\infty$ , asymptote affine  $y = (1)x + (0)$

Tableau de variations

$x$	$-\infty$	$-4.65$	$-3$	$-1$	$0$	$0.65$	$\infty$
$sgn(f(x))$		- - -		+ 0 -		+ + +	
$sgn(f'(x))$		+ 0 -		- 0 -		- 0 +	
$sgn(f''(x))$		- - -		+ 0 -		+ + +	
$var(f(x))$		$-6.34$ 	$\infty$ 	$\infty$ 			

Graphique

