

# Études de fonctions exponentielles ou logarithmiques avec corrigés

## Directives

Pour tous les exercices (sauf mention contraire) : faire une étude complète de la fonction donnée incluant

- ensemble de définition ; le cas échéant : parité, périodicité ;
- signe de la fonction ;
- dérivée, signe de la dérivée ;
- dérivée seconde, signe de la dérivée seconde ;
- tableau de variations avec intervalles de monotonie et de convexité ;
- limites et asymptotes éventuelles ;
- graphique de la fonction.

Lorsque le calcul numérique d'un zéro est demandé, le choix de la méthode est libre : méthode de la bisection, méthode de la sécante, méthode de Newton, ou autre.

## Exercice corrigé el1-01

$$f(x) = \ln \left( x + \frac{1}{x} \right)$$

## Exercice corrigé el1-02

$$f(x) = |x|^x$$

Directive : l'usage de la dérivée seconde n'est pas demandé.

Indication :

$$a^x = e^{x \ln(a)} \quad \text{où } a > 0 \text{ et } x \in \mathbb{R}$$

## Exercice corrigé el1-03

$$f(x) = x + \ln \left( \frac{1 + 3e^{-2x}}{1 - e^{-x}} \right)$$

Directive : sans faire usage de la dérivée seconde.

## Exercice corrigé el1-04

$$f(x) = \frac{e^{-1/x}}{x^2}$$

## Exercice corrigé el1-05

$$f(x) = -x \ln(2x - 1)$$

Indication : Déterminer le signe de la dérivée seconde avant le signe de la dérivée première.

**Exercice corrigé el1-06**

$$f(x) = \ln(2 \ln(x) - 1)$$

**Exercice corrigé el1-07**

$$f(x) = \ln\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)$$

**Exercice corrigé el1-08**

$$f(x) = x(-2(\ln(x))^2 + \ln(x) + 1)$$

**Exercice corrigé el1-09**

$$f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{x}$$

**Exercice corrigé el1-10**

$$f(x) = \frac{x^3}{e^x}$$

**Exercice corrigé el1-11**

$$f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + e^2}$$

**Exercice corrigé el1-12**

$$f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right) e^x$$

**Exercice corrigé el1-13**

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

**Exercice corrigé el1-14**

$$f(x) = x + \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

Indication : Reporter l'étude du signe de  $f$  à la fin de l'étude.

### Exercice corrigé el1-15

$$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{4}\right)$$

### Exercice corrigé el1-16

$$f(x) = (x + 2)e^{1/x}$$

### Exercice corrigé el1-17

$$f(x) = \ln\left(\frac{2x}{x^2 - 1}\right)$$

### Exercice corrigé el1-18

$$f(x) = \frac{1}{1 + \ln(x)}$$

### Exercice corrigé el1-19

Étudier la fonction  $h$ . Reporter l'étude du signe de  $h$  en fin d'étude.

$$h(x) = x - \ln(1 + x) - x \ln(1 + x)$$

Étudier la fonction  $f$

$$f(x) = \frac{\ln(x + 1)}{x}$$

Indications :

### Exercice corrigé el1-20

$$f(x) = \ln(\ln(x^2 + 1))$$

Directive : sans faire usage de la dérivée seconde.

### Exercice corrigé el2-01

Prologue : Étudier la fonction  $h$ , en reportant l'étude du signe à la fin de l'étude de  $h$  :

$$h(x) = 1 + \ln(1 + 2x) + 2x \ln(1 + 2x)$$

Faire une étude complète de la fonction  $f$ , sans faire usage de la dérivée seconde :

$$f(x) = (\ln(2x + 1))^2 - \frac{2}{2x + 1}$$

Indications : Reporter la détermination des zéros de  $f$  à la fin de l'étude. Au cours de l'étude de  $f$ , le signe de  $h$  peut être utile.

Directive : Calculer la valeur numérique du zéro (ou des zéros) de  $f$  à la précision de  $\pm 0.05$

### Exercice corrigé e12-02

$$f(x) = 4x \ln |2x|$$

### Exercice corrigé e12-03

$$f(x) = x (\ln^2 |x| - 2 \ln |x|)$$

### Exercice corrigé e12-04

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x} - 3 \ln(x)$$

Indication : Reporter l'étude du signe de la fonction à la fin de l'étude.

Directive : Déterminer la valeur numérique des zéros de  $f$  à la précision  $\pm 0.1$

### Exercice corrigé e13-01

$$f(x) = e^x + x(\ln(x) - 1 - e)$$

Directives et indications : déterminer dans l'ordre : le signe de la dérivée seconde, un zéro évident de la dérivée première, le signe de la dérivée première, le tableau de variations de la fonction ; les valeurs numériques des zéros de la fonction à la précision  $\pm 0.05$

### Exercice corrigé e13-02

$$f(x) = x \ln |x^2 - 1|$$

Indication : le signe de  $f''$  peut faciliter la détermination du signe de  $f'$ .

### Exercice corrigé e13-03

a) Étudier la fonction  $h$  en reportant la détermination des zéros à la fin de l'étude. Déterminer le nombre de zéros de  $h$  ainsi que la valeur numérique de chacun d'eux à la précision de  $\pm 0.05$

$$h(x) = 2 - x - 2 \ln(1 + x)$$

b) Faire une étude complète de la fonction

$$f(x) = \frac{x \ln(x + 1)}{x + 1}$$

Indication : le signe de  $h$  est utile pour déterminer le signe de la dérivée seconde de  $f$ .

## Exercice corrigé e13-04

a) Faire une étude complète de la fonction  $h$  en reportant la détermination des zéros à la fin de l'étude

$$h(x) = 1 + x^2 + \ln(x)$$

Directive : Déterminer le zéro (ou les zéros) de  $h$  à la précision de  $\pm 0.05$

b) Faire une étude de la fonction  $f$  sans faire usage de la dérivée seconde

$$f(x) = \frac{x \ln(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

Indication : le signe de  $h$  est utile dans l'établissement du signe de la dérivée de  $f$ .

### En coulisses

Les corrigés ont été fabriqués comme suit :

1. Avec le logiciel *Mathematica* de *Wolfram*
  - le [package EtudeFct](#) automatise partiellement les études de fonctions ; le système ne produit pas le tableau de variations proprement dit, mais fournit les informations nécessaires ; le graphique est donné ;
  - l'output est converti en langage L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.
2. Avec un éditeur T<sub>E</sub>X : la mise en forme du document L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X est retravaillée, et la conversion en PDF est effectuée.
3. Le tableau de variations est ajouté après coup :
  - avec l'application en ligne [Créer le tableau de variations](#), un fichier *.svg* est enregistré ;
  - avec l'application gratuite GIMP, l'image *.svg* est convertie en fichier *.eps* ;
  - avec l'éditeur T<sub>E</sub>X, l'image *.eps* est insérée dans le document L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X ;

### Liens

[Contact](#)

[Accueil](#)

[Mathématiques, degré secondaire II](#)

[Exercices avec corrigés](#)

[Études de fonctions](#)