

## Étude de fonctions exponentielles ou logarithmiques

### Exercice el1-20

$$f(x) = \ln(\ln(x^2 + 1))$$

Directive: sans faire usage de la dérivée seconde.

Liste d'exercices corrigés: études de fonctions exponentielles ou logarithmiques

[www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/exp-log/index.html](http://www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/exp-log/index.html)

### Corrigé

Ensemble de définition de  $f$  :  $x < 0$  ou  $x > 0$

La fonction est paire, car  $f(-x) = f(x)$ .

|                   |              |                                                 |
|-------------------|--------------|-------------------------------------------------|
| Signe( $f(x)$ ) : | négatif pour | $-\sqrt{-1+e} < x < 0$ ou $0 < x < \sqrt{-1+e}$ |
|                   | nul pour     | $x = -\sqrt{-1+e}$ ou $x = \sqrt{-1+e}$         |
|                   | positif pour | $x < -\sqrt{-1+e}$ ou $x > \sqrt{-1+e}$         |

$$f'(x) = \frac{2x}{(1+x^2)\ln(1+x^2)}$$

|                    |              |               |
|--------------------|--------------|---------------|
| Signe( $f'(x)$ ) : | négatif pour | $x < 0$       |
|                    | nul pour     | $x \in \{0\}$ |
|                    | positif pour | $x > 0$       |

Candidat(s) extremum(s) : Aucun

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ . Asymptote verticale double  $x = 0$

Du côté  $+\infty$ , direction asymptotique nulle et  $f(x) \rightarrow \infty$

Du côté  $-\infty$ , direction asymptotique nulle et  $f(x) \rightarrow \infty$

Tableau de variations de la fonction.

| $x$          | $-\infty$                                     | $-1.311$ | $0$       | $1.311$   | $\infty$ |
|--------------|-----------------------------------------------|----------|-----------|-----------|----------|
|              | <i>Symétrie axiale d'axe <math>x=0</math></i> |          |           |           |          |
| $sgn(f(x))$  | $+$                                           | $0$      | $-$       | $-$       | $+$      |
| $sgn(f'(x))$ | $-$                                           | $-$      | $-$       | $+$       | $+$      |
| $var(f(x))$  | $\infty$                                      |          | $0$       |           | $\infty$ |
|              |                                               |          | $-\infty$ | $-\infty$ |          |

Graphique

