

Étude de fonctions exponentielles ou logarithmiques

Exercice el1-15

$$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{4}\right)$$

Liste d'exercices corrigés: études de fonctions exponentielles ou logarithmiques

www.deleze.name/marcel/mathematica/etude-fonctions/exp-log/index.html

Corrigé

Ensemble de définition de f : $-2 < x < 0$ ou $0 < x < 2$

La fonction est paire, car $f(-x) = f(x)$.

Signe($f(x)$) :	négatif pour	$-2 < x < -\frac{2}{\sqrt{5}}$ ou $\frac{2}{\sqrt{5}} < x < 2$
	nul pour	$x = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ ou $x = \frac{2}{\sqrt{5}}$
	positif pour	$-\frac{2}{\sqrt{5}} < x < 0$ ou $0 < x < \frac{2}{\sqrt{5}}$

$$f'(x) = \frac{8}{(-2+x)x(2+x)}$$

Signe($f'(x)$) :	négatif pour	$0 < x < 2$
	nul pour	$x \in \{0\}$
	positif pour	$-2 < x < 0$

$$f''(x) = -\frac{8(-4+3x^2)}{(-2+x)^2x^2(2+x)^2}$$

Signe($f''(x)$) :	négatif pour	$-2 < x < -\frac{2}{\sqrt{3}}$ ou $\frac{2}{\sqrt{3}} < x < 2$
	nul pour	$x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ ou $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$
	positif pour	$-\frac{2}{\sqrt{3}} < x < 0$ ou $0 < x < \frac{2}{\sqrt{3}}$

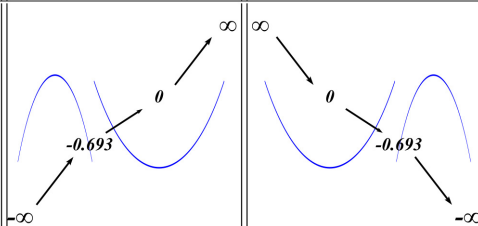
Candidat(s) extremum(s) : Aucun

Candidat(s) point(s) d'inflexion : $\left\{\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}, -\ln(2)\right), \left(\frac{2}{\sqrt{3}}, -\ln(2)\right)\right\}$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$. Asymptote verticale double $x = 0$

$\lim_{x \downarrow -2} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \uparrow 2} f(x) = -\infty$. Asymptotes verticales simples $x = -2$ et $x = 2$

Tableau de variations

x	-2	-1.155	-0.894	0	0.894	1.155	2	
	<i>Symétrie axiale d'axe $x=0$</i>							
$sgn(f(x))$		-	-	-	0	+	+	
$sgn(f'(x))$		+	+	+	+	+	+	
$sgn(f''(x))$		-	0	+	+	+	-	
$var(f(x))$								

Graphique

