

Tricot à plat: répartition de d diminutions sur un rang de n mailles

1. Cas $0 \leq 3d + 1 \leq n$: répartir d diminutions sur un rang de n mailles

■ 1.1.1 Exemple numérique: répartir 28 dimin. sur un rang de 120 mailles

Il reste $120 - 2 \cdot 28 = 64$ mailles hors diminutions qu'on répartit en $28 + 1 = 29$ groupes de mailles.

64 divisé par 29 donne 2, reste 6. On peut donc former 6 groupes de $2 + 1 = 3$ m. et $29 - 6 = 23$ groupes de 2 m.

Les 28 diminutions sont à intercaler entre ces 29 groupes.

Pour faire le lien avec l'algorithme ci-dessous,

$n1 = 64$ = nombre de mailles à répartir en groupes;

$k1 = 29$ = nombre total de groupes à former;

$r1 = 6$ = (nombre de groupes de $p1 = 3$ mailles);

$s1 = 23$ = (nombre de groupes de $q1 = 2$ mailles).

■ 1.1.2 Algorithme pour répartir d dimin. sur un rang de n mailles

Soit d diminutions à répartir sur n mailles. Le nouveau nombre de mailles hors diminutions est $(n - 2d)$ avec lesquelles on va former $(d + 1)$ groupes de mailles. Entre deux groupes de mailles, on placera une diminution. Afin que chaque groupe contienne au moins une maille, nous exigeons que $n - 2d \geq d + 1 \geq 1$, c'est-à-dire $n \geq 3d + 1$.

```
n1 = n - 2 d ;
k1 = d + 1 ;
q1 = Quotient[n1, k1] ;
r1 = Mod[n1, k1] ;
p1 = q1 + 1 ;
s1 = k1 - r1 ;
```

Relations : $1 \leq k1 \leq n1$, $q1 \geq 1$, $p1 \geq 2$, $r1 + s1 = k1$, $r1 * p1 + s1 * q1 = n1$

■ 1.1.3 Traitement et affichage des cas particuliers

La procédure `groupe1(nmailles)` écrit le texte " n mailles m., 1 dimin."; exception: le groupe terminal est " n mailles m.";

La procédure `assemble(nfois, t)` écrit le texte " n fois $x(t)$ ".

La procédure `alterne(nfois, t1, t2)` écrit le texte "répéter n fois [$t1, t2$]".

```
groupe1[nmailles_] := ToString[nmailles] <> " m., 1 dimin.";
groupe1term[nmailles_] := ToString[nmailles] <> " m.";
assemble[nfois_, t_] := Which[
  nfois == 1, t,
  nfois >= 2, ToString[nfois] <> "x(" <> t <> ")";
alterne[nfois_, t1_, t2_] := Which[
  nfois == 1, Print[t1, " ", t2],
  nfois >= 2, Print["répéter ", ToString[nfois], " fois [ ", t1, " ", t2, " ]"];

```

Si $r1 = 0$, alors $n1 = s1 * q1$;

si $s1 = 0$, alors $n1 = r1 * p1$;

si $r1 = s1$, alors $n1 = r1 * (p1 + q1)$;

```
Which[r1 == 0, alterne[1, assemble[s1 - 1, groupe1[q1]], groupe1term[q1]]; Exit[],
s1 == 0, alterne[1, assemble[r1 - 1, groupe1[p1]], groupe1term[p1]]; Exit[],
```

```
r1 == s1, alterne[r1 - 1, groupe1[p1], groupe1[q1]]; alterne[1, groupe1[p1],
groupe1term[q1]]; Exit[]]
```

■ 1.2.1 Exemple numérique: intercaler 6 (groupes de 3 m.) parmi 23 (groupes de 2 m.)

Avec les 23 (groupes de 2 m.), former $6+1=7$ assemblages de (groupes de 2 m.).

23 divisé par 7 donne 3, reste 2. On peut donc former 2 assemblage de $3+1=4$ (groupes de 2 m.) et $7-2=5$ assemblages de 3 (groupes de 2 m.).

Les 6 (groupes de 3 m.) sont à intercaler entre les 7 assemblages.

Pour faire le lien avec l'algorithme ci-dessous,

```
n2=23=nombre de (groupes de 2 m.);
k2=7=nombre total d'assemblages à former;
r2=2=(nombre d'assemblages de p2=4 groupes);
s2=5=(nombre d'assemblages de q2=3 groupes).
```

■ 1.2.2 Algorithme pour intercaler $r1$ groupes parmi $s1$ groupes

Hypothèse : $1 \leq r1 < s1$, sinon permuter ($r1, p1$) et ($s1, q1$) :

```
If[r1 > s1, e = r1; r1 = s1; s1 = e; e = p1; p1 = q1; q1 = e];
n2 = s1;
k2 = r1 + 1;
q2 = Quotient[s1, k2];
r2 = Mod[s1, k2];
p2 = q2 + 1;
s2 = k2 - r2;
```

Relations : $r2 + s2 = r1 + 1$, $r2 * p2 + s2 * q2 = s1$

■ 1.3.1 Exemple numérique: interpréter et afficher

D'après 1.2.1, on a

répéter 2 fois [4 groupes de 2 m.]

répéter 5 fois [3 groupes de 2 m.]

Entre chaque assemblage, intercalons un groupe de 3 m.:

répéter 2 fois [4 groupes de 2 m., 1 groupe de 3 m.]

répéter 4 fois [3 groupes de 2 m., 1 groupe de 3 m.]

3 groupes de 2 m.

Entre chaque groupe, intercalons une augmentation:

répéter 2 fois [4 x (2 m., 1 dimin.), 1 x (3 m., 1 dimin.)]

répéter 4 fois [3 x (2 m., 1 dimin.), 1 x (3 m., 1 dimin.)]

2 x (2 m., 1 dimin.)

2 m.

■ 1.3.2 Algorithme de l'affichage

```
If[s2 >= 1,
alterne[r2, assemble[p2, groupe1[q1]], groupe1[p1]];
alterne[s2 - 1, assemble[q2, groupe1[q1]], groupe1[p1]];
If[q2 > 1, alterne[1, assemble[q2 - 1, groupe1[q1]], groupe1term[q1]],
Print[groupe1term[q1]]]
,
alterne[r2 - 1, assemble[p2, groupe1[q1]], groupe1[p1]];
alterne[1, assemble[p2 - 1, groupe1[q1]], groupe1term[q1]]]
```

2. Cas $d \geq 1$ et $2d + 2 \leq n \leq 3d + 1$

■ 2.1.1 Exemple numérique: répartir 16 diminutions sur un rang de 43 mailles

Il reste $43 - 2 \cdot 32 = 11$ mailles hors diminutions. Les 16 diminutions sont réparties en $11 - 1 = 10$ groupes de mailles. 16 divisé par 10 donne 1, reste 6. On peut donc former 6 groupes de $1 + 1 = 2$ dimin. et $10 - 6 = 4$ groupes de 1 dimin. Les 11 mailles hors diminutions encadrent les 10 groupes de diminutions.

Pour faire le lien avec les formules qui suivent:

$n_1 = 16$ = nombre de diminutions à répartir en groupes;
 $k_1 = 10$ = nombre total de groupes à former;
 $r_1 = 6$ = nombre de groupes de 2 dimin.;
 $s_1 = 4$ = nombre de groupes de 1 dimin.

■ 2.1.2 Algorithme pour répartir a augmentations sur un rang de n mailles

Soit d diminutions à répartir sur n mailles. Il reste $(n - 2d)$ mailles hors diminutions. Les d diminutions sont réparties en $(n - 2d - 1)$ groupes. Les $(n - 2d)$ mailles hors diminutions encadrent les $(n - 2d - 1)$ groupes de diminutions. Afin que chaque groupe contienne au moins une augmentation, nous exigeons que $d \geq n - 2d - 1 \geq 1$, c'est-à-dire $d \geq 1$ et $2d + 2 \leq n \leq 3d + 1$.

```
n1 = d;
k1 = n - 2 d - 1;
q1 = Quotient[n1, k1];
r1 = Mod[n1, k1];
p1 = q1 + 1;
s1 = k1 - r1;
```

Relations : $1 \leq k_1 \leq n_1$, $q_1 \geq 1$, $p_1 \geq 2$, $r_1 + s_1 = k_1$, $r_1 * p_1 + s_1 * q_1 = n_1$

■ 2.1.3 Traitement et affichage des cas particuliers

La procédure groupe2(naugm) écrit le texte "1 m., ndimin dimin."; exception: le groupe terminal est "1 m., ndimin dimin., 1 m.";

```
groupe2[ndimin_] := "1 m., " <> ToString[ndimin] <> " dimin.";
groupe2term[ndimin_] := groupe2[ndimin] <> ", 1 m.";
```

Si $r_1 = 0$, alors $n_1 = s_1 * q_1$;
 si $s_1 = 0$, alors $n_1 = r_1 * p_1$;
 si $r_1 = s_1$, alors $n_1 = r_1 * (p_1 + q_1)$;

```
Which[r1 == 0, alterne[1, assemble[s1 - 1, groupe2[q1]], groupe2term[q1]]; Exit[],
      s1 == 0, alterne[1, assemble[r1 - 1, groupe2[p1]], groupe2term[p1]]; Exit[],
      r1 == s1, alterne[r1 - 1, groupe2[p1], groupe2[q1]]; alterne[1, groupe2[p1],
      groupe2term[q1]]; Exit[]]
```

■ 2.2.1 Exemple numérique: intercaler 4 (groupes de 1 dimin.) parmi 6 (groupes de 2 dimin.)

Avec les 6 (groupes de 2 dimin.), former $4+1=5$ assemblages de (groupes de 2 dimin.).

6 divisé par 5 donne 1, reste 1. On peut donc former 1 assemblage de $1+1=2$ (groupes de 2 dimin.) et $5-1=4$ assemblages de 1 (groupe de 2 dimin.).

Les 4 (groupes de 1 dimin.) seront intercalés entre les 5 assemblages.

Pour faire le lien avec l'algorithme ci-dessous,

$n2=6$ =nombre de (groupes de 2 dimin.);
 $k2=5$ =nombre total d'assemblages à former;
 $r2=1$ =(nombre d'assemblages de $p2=2$ groupes);
 $s2=4$ =(nombre d'assemblages de $q2=1$ groupe).

■ 2.2.2 Algorithme pour intercaler $r1$ groupes parmi $s1$ groupes

Hypothèse : $1 \leq r1 < s1$, sinon permuter ($r1$, $p1$) et ($s1$, $q1$) :

```
If[r1 > s1, e = r1; r1 = s1; s1 = e; e = p1; p1 = q1; q1 = e];
n2 = s1;
k2 = r1 + 1;
q2 = Quotient[n2, k2];
r2 = Mod[n2, k2];
p2 = q2 + 1;
s2 = k2 - r2;
```

Relations : $2 \leq k2 \leq n2$, $q2 \geq 1$, $p2 \geq 2$, $r2 + s2 = k2$, $r2 * p2 + s2 * q2 = n2$

■ 2.3.1 Exemple numérique: interpréter et afficher

D'après 1.2.1, on a

répéter 1 fois [2 groupes de 2 dimin.]
répéter 4 fois [1 groupe de 2 dimin.]

Entre chaque assemblage, intercalons un groupe de 1 dimin.:

2 groupes de 2 dimin., 1 groupe de 1 dimin.
répéter 3 fois [1 groupe de 2 dimin., 1 groupe de 1 dimin.]
1 groupe de 2 dimin.

Encadrons chaque groupe par des mailles

2 x(1 m., 2 dimin.), 1 x (1 m., 1 dimin.)
répéter 3 fois [1 x (1 m., 2 dimin.), 1 x (1 m., 1 dimin.)]
1 x (1m., 2 dimin.)
1 m.

■ 2.3.2 Algorithme de l'affichage

```
If[s2 >= 1,
alterne[r2, assemble[p2, groupe2[q1]], groupe2[p1]];
alterne[s2 - 1, assemble[q2, groupe2[q1]], groupe2[p1]];
If[q2 > 1, alterne[1, assemble[q2 - 1, groupe2[q1]],
groupe2term[q1]],
Print[groupe2term[q1]]]
,
alterne[r2 - 1, assemble[p2, groupe2[q1]], groupe2[p1]];
alterne[1, assemble[p2 - 1, groupe2[q1], groupe2term[q1]]]]
```

3. Liens hypertextes

- **3.1 Calculateur en ligne**

<http://www.deleze.name/antoinette/TravauxManuels/Tricot/index.html>

- **3.2 Mathématiques pour le tricot**

<http://www.deleze.name/marcel/culture/tricot/index.html>