

Tricot en rond: répartition de a augmentations sur un tour de n mailles

1. Cas $1 \leq a \leq n$: répartir a augmentations sur un tour de n mailles

■ 1.1.1 Exemple numérique: répartir 15 augm. sur un tour de 84 mailles

Avec les 84 m., former 15 groupes de mailles.

84 divisé par 15 donne 5, reste 9. On peut donc former 9 groupes de $5+1=6$ mailles et $15-9=6$ groupes de 5 mailles.

Les 15 augmentations sont à rajouter après chacun des 15 groupes.

Pour faire le lien avec l'algorithme ci-dessous,

$n1=84$ =nombre de mailles à répartir en groupes;

$k1=15$ =nombre total de groupes à former;

$r1=9$ =(nombre de groupes de $p1=6$ mailles);

$s1=6$ =(nombre de groupes de $q1=5$ mailles).

■ 1.1.2 Algorithme pour répartir a augm. sur un tour de n mailles

Soit a augmentations à répartir sur un tour de n mailles. Avec les n mailles, on va former a groupes de mailles. Après chaque groupe, on placera 1 augmentation. Afin que chaque groupe contienne au moins une maille, nous exigeons que $n \geq a \geq 1$.

```
n1 = n;  
k1 = a;  
q1 = Quotient[n1, k1];  
r1 = Mod[n1, k1];  
p1 = q1 + 1;  
s1 = k1 - r1;
```

Relations : $1 \leq k1 \leq n1$, $q1 \geq 1$, $p1 \geq 2$, $r1 + s1 = k1$, $r1 * p1 + s1 * q1 = n1$

■ 1.1.3 Traitement et affichage des cas particuliers

La procédure `groupe1(nmailles)` écrit le texte " n mailles m., 1 augm."

La procédure `assemble(nfois, t)` écrit le texte " n fois $x(t)$ ".

La procédure `alterne(nfois, t1, t2)` écrit le texte "répéter n fois fois [$t1, t2$]".

```
groupe1[nmailles_] := ToString[nmailles] <> " m., 1 augm.";  
assemble[nfois_, t_] := Which[  
  nfois == 1, t,  
  nfois >= 2, ToString[nfois] <> "x(" <> t <> ")";  
alterne[nfois_, t1_, t2_] := Which[  
  nfois == 1, Print[t1, ", ", t2],  
  nfois >= 2, Print["répéter ", ToString[nfois], " fois [ ", t1, ", ", t2, " ]"]];
```

Si $r1=0$, alors $n1=s1*q1$;

si $s1=0$, alors $n1=r1*p1$;

si $r1=s1$, alors $n1=r1*(p1+q1)$;

```
Which[r1 == 0, Print[assemble[s1, groupe1[q1]]]; Exit[],  
  s1 == 0, Print[assemble[r1, groupe1[p1]]]; Exit[],  
  r1 == s1, alterne[r1, groupe1[p1], groupe1[q1]]; Exit[]
```

1.2.1 Exemple numérique: intercaler 6 (groupes de 5 m.) parmi 9 (groupes de 6 m.)

Avec les 9 (groupes de 6 m.), former 6 assemblages de (groupes de 6 m.).

9 divisé par 6 donne 1, reste 3. On peut donc former 3 assemblages de $1+1=2$ (groupes de 6 m.) et $6-3=3$ assemblages de 1 (groupe de 6 m.).

Les 6 (groupes de 5 m.) sont à placer après chacun des 6 assemblages.

Pour faire le lien avec l'algorithme ci-dessous,

$n2=9$ =nombre de (groupes de 6 m.);
 $k2=6$ =nombre total d'assemblages à former;
 $r2=3$ =(nombre d'assemblages de $p2=2$ groupes);
 $s2=3$ =(nombre d'assemblages de $q2=1$ groupe).

■ 1.2.2 Algorithme pour intercaler $r1$ groupes parmi $s1$ groupes

Hypothèse : $1 \leq r1 < s1$, sinon permuter ($r1$, $p1$) et ($s1$, $q1$) :

```
If[r1 > s1, e = r1; r1 = s1; s1 = e; e = p1; p1 = q1; q1 = e];
n2 = s1;
k2 = r1;
q2 = Quotient[n2, k2];
r2 = Mod[n2, k2];
p2 = q2 + 1;
s2 = k2 - r2;
```

Relations : $1 \leq k2 < n2$, $q2 \geq 1$, $p2 \geq 2$, $r2 + s2 = k2$, $r2 * p2 + s2 * q2 = n2$

■ 1.3.1 Exemple numérique: interpréter et afficher

D'après 1.2.1, on a

répéter 3 fois [2 groupes de 6 m.]
répéter 3 fois [1 groupe de 6 m.]

Après chaque assemblage, insérons un groupe de 5 m.:

répéter 3 fois [2 groupes de 6 m., 1 groupe de 5 m.]
répéter 3 fois [1 groupe de 6 m., 1 groupe de 5 m.]

Après chaque groupe, insérons une augmentation:

répéter 3 fois [2 x (6 m., 1 augm.), 1 x (5 m., 1 augm.)]
répéter 3 fois [1 x (6 m., 1 augm.), 1 x (5 m., 1 augm.)]

■ 1.3.2 Algorithme de l'affichage

```
alterne[r2, assemble[p2, groupe1[q1]], groupe1[p1]];
alterne[s2, assemble[q2, groupe1[q1]], groupe1[p1]]
```

2. Cas $1 \leq n \leq a$: répartir a augmentations sur un tour de n mailles

■ 2.1.1 Exemple numérique: répartir 16 augmentations sur un tour de 12 mailles

Avec les 16 augm., former 12 groupes d'augmentations.

16 divisé par 12 donne 1, reste 4. On peut donc former 4 groupes de $1+1=2$ augm. et $12-4=8$ groupes de 1 augm.

Chacun des 12 groupes d'augmentations est précédé d'une maille.

Pour faire le lien avec les formules qui suivent:

$n1=16$ =nombre d'augmentations à répartir en groupes;

$k1=12$ =nombre total de groupes à former;

$r1=4$ =(nombre de groupes d'effectifs $p1=2$ augm.);

$s1=8$ =(nombre de groupes d'effectifs $q1=1$ augm.).

■ 2.1.2 Algorithme pour répartir a augmentations sur un tour de n mailles

Soit a augmentations à répartir sur un tour de n mailles. Avec les a augmentations, on forme n groupes d'augmentations.

Chaque groupe d'augmentations est précédé d'une maille. Afin que chaque groupe contienne au moins une augmentation, nous exigeons que $a \geq n \geq 1$.

```
n1 = a;
k1 = n;
q1 = Quotient[n1, k1];
r1 = Mod[n1, k1];
p1 = q1 + 1;
s1 = k1 - r1;
```

Relations : $1 \leq k1 < n1$, $q1 \geq 1$, $p1 \geq 2$, $r1 + s1 = k1$, $r1 * p1 + s1 * q1 = n1$

■ 2.1.3 Traitement et affichage des cas particuliers

La procédure groupe2(naugm) écrit le texte "1 m., naugm augm."

```
groupe2[naugm_] := "1 m., " <> ToString[naugm] <> " augm."
```

```
Si r1=0, alors n1=s1*q1;
si s1=0, alors n1=r1*p1;
si r1=s1, alors n1=r1*(p1+q1);
```

```
Which[r1 == 0, Print[assemble[s1, groupe2[q1]]]; Exit[],
      s1 == 0, Print[assemble[r1, groupe2[p1]]]; Exit[],
      r1 == s1, alterne[r1, groupe2[p1], groupe2[q1]]; Exit[]]
```

■ 2.2.1 Exemple numérique: intercaler 4 (groupes de 2 augm.) parmi 8 (groupes de 1 augm.)

Avec les 8 (groupes de 1 augm.), former 4 assemblages de (groupes de 1 augm.).

8 divisé par 4 donne 2, reste 0. On peut donc former 0 assemblage de $2+1=3$ (groupes de 1 augm.) et $4-0=4$ assemblages de 2 (groupe de 1 augm.).

Un groupe de 2 augm. sera placé après chaque assemblage.

Pour faire le lien avec l'algorithme ci-dessous,

$n2=8$ =nombre de (groupes de 1 augm.);

$k2=4$ =nombre total d'assemblages à former;

$r2=0$ =(nombre d'assemblages de $p2=3$ groupes);

$s2=4$ =(nombre d'assemblages de $q2=2$ groupes).

2.2.2 Algorithme pour intercaler $r1$ groupes parmi $s1$ groupes

Hypothèse : $1 \leq r1 < s1$, sinon permuter $(r1, p1)$ et $(s1, q1)$:

```
If[r1 > s1, e = r1; r1 = s1; s1 = e; e = p1; p1 = q1; q1 = e];
n2 = s1;
k2 = r1;
q2 = Quotient[n2, k2];
r2 = Mod[n2, k2];
p2 = q2 + 1;
s2 = k2 - r2;
```

Relations : $1 \leq k2 < n2$, $q2 \geq 1$, $p2 \geq 2$, $r2 + s2 = k2$, $r2 * p2 + s2 * q2 = n2$

■ 2.3.1 Exemple numérique: interpréter et afficher

D'après 2.2.1, on a

répéter 4 fois [2 groupes de 1 augm.]

Un groupe de 2 augm. est placé après chaque assemblage

répéter 4 fois [2 groupes de 1 augm., 1 groupe de 2 augm.]

Chaque groupe d'augmentations est précédé d'une maille.

répéter 4 fois [2 x(1 m., 1 augm.), 1 x (1 m., 2 augm.)]

■ 2.3.2 Algorithme de l'affichage

```
alterne[r2, assemble[p2, groupe2[q1]], groupe2[p1]];
alterne[s2, assemble[q2, groupe2[q1]], groupe2[p1]]
```

3. Liens hypertextes

■ 3.1 Calculateur en ligne

<http://www.deleze.name/antoINETTE/TravauxManuels/Tricot/index.html>

■ 3.2 Mathématiques pour le tricot

<http://www.deleze.name/marcel/culture/tricot/index.html>