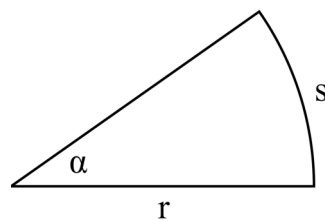


Convertir les radians en degrés ou en grades et vice versa

Définition du radian

La mesure d'un angle en radians est égale au rapport de (la longueur de l'arc intercepté par l'angle) au (rayon du cercle):

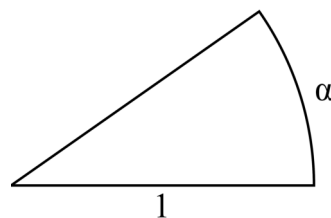


Mesure de l'angle en radians

$$\alpha = \frac{s}{r} = \frac{\text{longueur de l'arc}}{\text{rayon}}$$

Le radian étant un nombre pur, l' "unité" [rad] ne s'écrit pas. Autrement dit, quand aucune unité d'angle n'est indiquée, la valeur numérique donnée est implicitement exprimée en radians. Si [rad] est parfois rajouté, c'est pour aider les personnes qui ne sont pas familières du domaine.

Sur le cercle trigonométrique (cas particulier $r = 1$), on peut visualiser la mesure de l'angle en radians : $\alpha = s$.

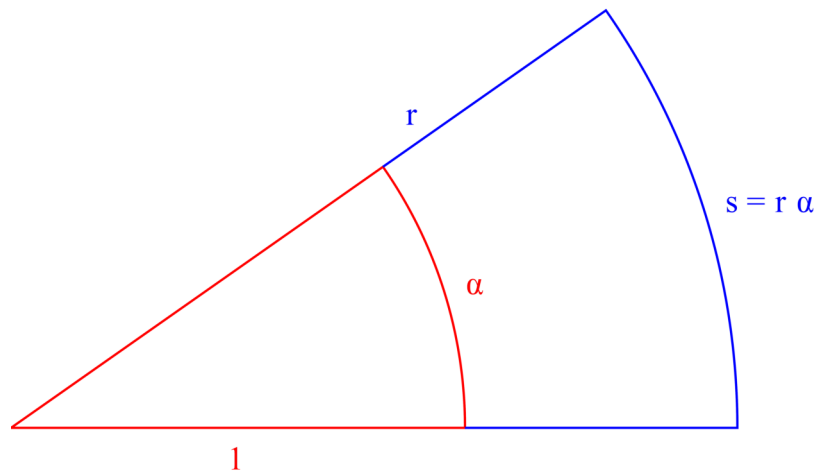


En mots : *“La mesure d'un angle en radians est égale à la longueur de l'arc intercepté par l'angle sur le cercle trigonométrique.”*

La définition du radian est motivée par la simplicité avec laquelle s'exprime le calcul des longueurs d'arc sur un cercle quelconque :

$$s = r \times \alpha$$

(longueur d'arc) = (rayon) × (angle en radians)



Correspondance entre radians et degrés

La mesure de l'angle en radians qui correspond à 360° est égale à la longueur du cercle divisé par le rayon :

$$\alpha = \frac{s}{r} = \frac{2 \times \pi \times r}{r} = 2 \times \pi \text{ [rad]} = 360^\circ$$

Retenons la correspondance suivante qui représente un demi-tour, c'est-à-dire un angle plat : $\pi \text{ [rad]} = 180^\circ$

$\pi = 180^\circ$	$2\pi = 360^\circ$
	$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$
	$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$
	$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$
	$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$

En valeurs approximatives

$$\begin{aligned} 3.14159 \text{ [rad]} &\approx 180^\circ \\ 1 \text{ [rad]} &\approx 57.29578^\circ \\ 1^\circ &\approx 0.0174533 \text{ [rad]} \end{aligned}$$

Pour convertir les degrés en radians

on multiplie la mesure de l'angle par π , puis on divise le résultat par 180° .

Exemple: conversion de 27° en radians : $27^\circ = \frac{27^\circ \times \pi}{180^\circ} = 0.4712389$

Pour convertir les radians en degrés

on multiplie la mesure de l'angle par 180° , puis on divise le résultat par π .

Exemple 1: conversion de 0.35 en degrés : $0.35 = \frac{0.35 \times 180^\circ}{\pi} = 20.053523^\circ$

Si π apparaît dans l'expression de l'angle, on remplace π par 180° .

Exemple 2: conversion de $\frac{\pi}{5}$ en degrés : $\frac{\pi}{5} = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$

Correspondance entre radians et grades

Avant 1982, le symbole du grade était **gr**. Aujourd'hui, son symbole est **gon** (du grec *gônia* qui signifie angle).

Le grade, aussi appelé *degré centésimal*, est la centième partie de l'angle droit :
 $100 \text{ gon} = \frac{\pi}{2}$

Retenons la correspondance suivante qui représente un demi-tour, c'est-à-dire un angle plat : $\pi \text{ [rad]} = 200 \text{ gon}$

$$\boxed{\pi = 200 \text{ gon}}$$

$$\begin{aligned} 2\pi &= 400 \text{ gon} \\ \frac{\pi}{2} &= 100 \text{ gon} \\ \frac{\pi}{4} &= 50 \text{ gon} \\ \frac{\pi}{5} &= 40 \text{ gon} \\ \frac{\pi}{8} &= 25 \text{ gon} \end{aligned}$$

En valeurs approximatives

$$\begin{aligned} 3.14159 \text{ [rad]} &\approx 200 \text{ gon} \\ 1 \text{ [rad]} &\approx 63.6619772 \text{ gon} \\ 1 \text{ gon} &\approx 0.01570796 \text{ [rad]} \end{aligned}$$

L'expression des angles en grades donne une formule simple pour calculer les longueurs d'arcs :

$$(\text{longueur d'arc}) = \frac{(\text{angle en grades}) \times (\text{circonférence})}{400}$$

ou

$$(\text{longueur d'arc}) = \frac{(\text{angle en grades}) \times (\text{quart de circonférence})}{100}$$

Pour convertir les grades en radians

on multiplie la mesure de l'angle par π , puis on divise le résultat par 200 gon.

Exemple: conversion de 27 gon en radians : $27 \text{ gon} = \frac{(27 \text{ gon}) \times \pi}{200 \text{ gon}} = 0.4241150$

Pour convertir les radians en grades

on multiplie la mesure de l'angle par 200 gon, puis on divise le résultat par π .

Exemple 1: conversion de 0.35 en grades : $0.35 = \frac{0.35 \times (200 \text{ gon})}{\pi} = 22.2816920 \text{ gon}$

Si π apparaît dans l'expression de l'angle, on remplace π par 200 gon.

Exemple 2: conversion de $\frac{\pi}{5}$ en grades : $\frac{\pi}{5} = \frac{200 \text{ gon}}{5} = 40 \text{ gon}$

Remarque

Sur les calculatrices, les modes "Deg/Rad/Grad" se rapportent au calcul des fonctions trigonométriques cos, sin, tan, mais ne concernent pas les conversions d'unités d'angles ci-dessus.

Marcel Délèze

Lien vers le site internet

[Convertir les radians en degrés ou en grades, et vice versa](http://www.deleze.name/marcel/culture/geometrie/radian/index.html)

www.deleze.name/marcel/culture/geometrie/radian/index.html